ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД УРО РАН – ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
НАУКИ ПЕРМСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
ЦЕНТРА УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Тихомирова Ксения Алексеевна

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФАЗОВОГО И СТРУКТУРНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ. ОДНОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Роговой Анатолий Алексеевич,
д. ф.-м. н., профессор

Пермь – 2018

Оглавление

Введение **4**

1. Методы моделирования деформационного поведения сплавов с памятью формы **15**

1.1. Основные макромеханические эффекты и свойства, характерные для сплавов с памятью формы.....15

1.2. Модели деформационного поведения сплавов с памятью формы.....21

1.2.1. Микроструктурные модели.....22

1.2.2. Феноменологические модели.....25

1.3. Заключение по литературному обзору.....30

2. Экспериментальное исследование взаимосвязи фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы **34**

2.1. Проявление взаимосвязи фазовых и структурных деформаций на макромеханическом уровне.....34

2.2. Теоретическое представление о взаимосвязи фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы.....35

2.3. Экспериментальное исследование.....43

2.3.1. Цели и программа экспериментального исследования.....43

2.3.2. Оборудование, материалы и методика эксперимента.....45

2.3.3. Эффект перекрестного упрочнения и определение эквивалентных напряжений. Установочный эксперимент.....51

2.3.4. Диаграммы прямого превращения и мартенситной неупругости. Проверочный эксперимент.....57

2.3.5. Обратное мартенситное превращение после предварительного фазового и структурного деформирования.....65

2.4. Заключение по главе.....71

3. Феноменологическая модель фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы. Одномерный случай **73**

3.1. Описание феноменологической модели.....73

3.1.1. Фазовое и структурное превращения.....73
3.1.2. Учет знакопеременного нагружения.....76
3.1.3. Термодинамическое замыкание модели.....81
3.1.4. Алгоритмическое описание модели.....87
3.2. Геометрическая интерпретация модели.....89
3.3. Сопоставление предложенной модели с «родственными» моделями...93
3.3.1. Феноменологическая модель для сплавов с памятью формы.....94
3.3.2. Феноменологическая модель для полимеров с памятью формы...96
3.4. Заключение по главе.....100
4. Примеры использования феноменологической модели 102
4.1. Определяющие соотношения и параметры материала.....102
4.2. Описание макромеханических эффектов в сплавах с памятью формы.....104
4.2.1. Эффект монотонной памяти формы.....104
4.2.2. Прямое превращение при ступенчатом уменьшении нагрузки....106
4.2.3. Эффект реверсивной памяти формы.....107
4.3. Модельная задача. Совместное деформирование пакета стержней.....110
4.4. Заключение по главе.....118
5. Изотермическое деформирование сплава с памятью формы в разных температурных интервалах 120
5.1. Температурная зависимость диаграмм деформирования сплавов с памятью формы.....120
5.2. Построение фазовой диаграммы.....122
5.3. Случаи изотермического деформирования.....126
5.4. Вычислительные особенности моделирования диаграмм изотермического деформирования сплава с памятью формы в разных температурных интервалах.....132
5.5. Заключение по главе.....134
Заключение 136
Список литературы 140

Введение

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Свойствами памяти формы – способностью длительное время сохранять деформированное состояние даже в отсутствие нагрузки и восстанавливать исходную форму под воздействием внешних параметров, в частности, температуры – обладают более 20 видов сплавов на основе титана, меди, марганца или железа. Интерес к исследованию сплавов с памятью формы (СПФ), возникший в середине прошлого столетия в связи с обнаружением уникальных свойств этих материалов, в последние годы все усиливается. Популярность данной тематики объясняется тем, что макромеханические эффекты, проявляемые СПФ в связи с мартенситными превращениями, а также биосовместимость некоторых из этих сплавов обусловили их широкое применение во многих областях промышленности и в медицине. Из таких материалов изготавливают термомеханические приводы различных конструкций, соединительные муфты, прессы, демпфирующие элементы конструкций, тепловые и электрические сигнализаторы и многое другое. Обладающий хорошей биосовместимостью никелид титана используется для изготовления различных имплантов, искусственных мышц, протезов, сосудистых стентов, стержней для коррекции позвоночника и других медицинских приспособлений.

Сразу за открытием эффекта памяти формы в никелиде титана в 50-х гг. прошлого века последовало создание первых простых феноменологических моделей, описывающих этот эффект. Множество материаловедческих работ, посвященных исследованию этого и других эффектов в СПФ на разных масштабных уровнях, сделало возможным построение фундаментальных физических теорий, позволяющих моделировать деформационное поведение СПФ в различных термосиловых режимах. Однако алгоритмическая сложность численной реализации таких теорий, а также большое число требующих экспериментального определения материальных функций и констант затрудняет их использование для решения прикладных задач. В настоящее время проблема

разработки феноменологических моделей, пригодных для расчета напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов из СПФ, является одной из ключевых в данной области исследования. Число публикаций, посвященных этому вопросу, за последнее десятилетие весьма значительно и возрастает с каждым годом. Общим недостатком всех феноменологических моделей по сравнению с физическими является их неуниверсальность – неспособность описать сразу весь спектр макромеханических явлений, связанных с переходными процессами в СПФ, а только один или несколько конкретных эффектов. Помимо этого, такие модели часто не учитывают влияние предшествующей истории деформирования на последующие фазовые и структурные превращения, которое, как свидетельствуют экспериментальные данные, часто бывает весьма значительным. Разделение деформации ориентированного мартенсита на фазовую и структурную составляющие, используемое во всех известных феноменологических моделях, ставит под вопрос корректность учета взаимного влияния этих двух составляющих деформации. Таким образом, несмотря на то, что степень разработанности темы исследования можно оценивать как высокую, вопрос создания простых, но наиболее универсальных феноменологических моделей остается актуальным.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является разработка одномерной феноменологической модели для описания процессов фазового и структурного деформирования сплавов с памятью формы. К модели предъявляются следующие требования:

- Универсальность – способность описать с единых позиций основные макромеханические эффекты, обусловленные фазовыми и структурными превращениями в СПФ.
- Возможность учитывать влияние истории деформирования на процессы последующих превращений.

- Возможность осуществлять единообразный учет фазовой и структурной составляющих деформации как связанных с образованием ориентированного мартенсита.
- Простота численной реализации модели и экспериментальной идентификации ее параметров.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

1. Формулирование теоретического представления о взаимосвязи процессов фазового и структурного деформирования в СПФ на макромеханическом уровне.
2. Экспериментальная проверка адекватности сформулированного представления на примере никелида титана; установление границ применимости гипотез и экспериментальное определение материальных функций, содержащихся в нем.
3. Построение феноменологической модели фазово-структурных деформаций в СПФ на основе сформулированного теоретического представления.
4. Сопоставление разработанной модели с известными феноменологическими моделями, построенными на аналогичных принципах.
5. Апробация полученных соотношений: применение их для описания ряда макромеханических эффектов, вызванных фазовыми и структурными превращениями в СПФ; сопоставление с результатами других моделей и с литературными экспериментальными данными.
6. Демонстрация возможностей модели на примере описания эволюции напряженно-деформированного состояния в совместно деформируемом пакете стержней из СПФ.

Научная новизна работы

1. Экспериментально подтверждена гипотеза о независимости пути дальнейшего деформирования образца из СПФ от типа начальной

деформации (фазовой или структурной) и установлены пределы ее применимости на примере никелида титана. Впервые экспериментально показано совпадение диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями. Предложен способ экспериментальной идентификации материальной функции, определяющей взаимосвязь диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости. Даны методические рекомендации, позволяющие исключить при построении диаграмм мартенситной неупругости и прямого превращения погрешность от пластической деформации и деформации ползучести, накапливаемых в процессе испытания.

2. Разработана одномерная феноменологическая модель для описания процессов фазового и структурного деформирования СПФ, обладающая высокой степенью универсальности и имеющая ряд достоинств по сравнению с существующими моделями: учет влияния истории деформирования на последующие превращения; единообразное описание деформации фазовых и структурных превращений без разделения ее на две составляющие и с учетом взаимного влияния этих двух процессов.
3. Предложена классификация типов диаграмм изотермического деформирования СПФ в зависимости от температуры деформирования, основанная на анализе фазовой диаграммы. С использованием разработанной модели выполнено теоретическое описание всех выделенных типов диаграмм деформирования.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость диссертационной работы состоит в разработке феноменологической модели процессов фазового и структурного деформирования сплавов с памятью формы, способной корректно описать основные макромеханические явления, обусловленные фазовыми и структурными

превращениями в этих материалах, а также в разработке теоретической классификации типов диаграмм изотермического деформирования СПФ в зависимости от температуры деформирования.

Практическая значимость заключается в экспериментальном обосновании используемого моделью теоретического представления; в определении материальных функций (диаграмм прямого превращения, мартенситной неупругости и функции их взаимосвязи), полученных из экспериментов на проволочных образцах из никелида титана; в ряде рекомендаций по проведению этих экспериментов.

Методология и методы исследования основаны на использовании основных положений механики деформируемого твердого тела, методов вычислительной механики, а также стандартных методов планирования эксперимента. Обработка экспериментальных данных осуществлялась с использованием методов математической статистики.

Положения, выносимые на защиту:

1. Феноменологическая модель для описания процессов фазового и структурного деформирования сплавов с памятью формы.
2. Экспериментальное обоснование используемого моделью теоретического представления о взаимосвязи фазовых и структурных деформаций, установление границ его применимости.
3. Численная реализация модели, ее апробация на решении ряда простых задач.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность разработанной модели подтверждается экспериментальным обоснованием содержащихся в ней предположений и гипотез, а также сопоставлением результатов моделирования с экспериментальными данными и с результатами, полученными с помощью других аттестованных моделей.

Достоверность результатов экспериментов обеспечивается выполнением измерений на нескольких образцах и последующей статистической обработкой данных, использованием методических рекомендаций, позволяющих снизить погрешность измерений, а также проведением контрольных измерений. Достоверность результатов численного расчета подтверждается практической сходимостью решения при измельчении сетки.

Модель была апробирована на решении ряда простых задач, в которых реализуются различные макромеханические эффекты в СПФ в условиях однородного одноосного напряженного состояния, а также на решении связанной термомеханической задачи о совместном деформировании пакета стержней из СПФ.

Результаты диссертационной работы были представлены на следующих международных и всероссийских конференциях: V, VI, VII Всероссийская научная конференция «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» (Москва, 2015, 2016, 2017), Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» памяти Л.И. Седова (Москва, 2017), XXVI Всероссийская школа–конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2017), XX Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2017), II Международная научная конференция «Сплавы с эффектом памяти формы» (Санкт-Петербург, 2016). Полностью диссертация обсуждалась на научных семинарах Института механики сплошных сред УрО РАН (рук. д.т.н., акад. РАН В.П. Матвеенко), кафедры Механика композиционных материалов и конструкций ПНИПУ (рук. д.т.н. А.Н. Аношкин), кафедры Математическое моделирование систем и процессов ПНИПУ (рук. д.ф.-м.н. П.В. Трусов).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 научных работ [1–12], включая 5 статей в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук (в том числе 4 – в

изданиях, рекомендованных ВАК [1, 3–5], 2 – в изданиях, входящих в базу Scopus [2, 5]).

Личный вклад автора заключается в постановке задач исследования, в выборе методов и подходов, наиболее применимых для их достижения, в получении результатов, составивших основное содержание диссертационной работы.

Структура и объем работы, краткое содержание

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения общим объемом 157 страниц. Список литературы включает 153 наименования. Текст диссертации содержит 27 рисунков и 6 таблиц.

Первая глава носит обзорный характер. В ней описаны основные макромеханические эффекты и особенности, обусловленные протеканием фазовых и структурных превращений в СПФ, и выполнен анализ литературы, посвященной моделированию деформационного поведения СПФ.

Во **второй главе** изложено теоретическое представление о взаимосвязи фазовых и структурных деформаций, основанное на работах А.А. Мовчана [13, 14]. Введен ряд понятий, сформулированы основополагающие предположения и гипотеза о независимости пути дальнейшего деформирования образца из СПФ от типа начальной деформации (фазовой или структурной), которые будут использованы далее при построении феноменологической модели. В подтверждение изложенного теоретического представления выполнено экспериментальное исследование на проволочных образцах из никелида титана, при этом ставились следующие цели: 1) проверка выполнения гипотезы как в условиях дальнейшего структурного, так и фазового превращения, и установление границ ее применимости; 2) определение трех материальных функций, содержащихся в теоретическом представлении: диаграмм прямого превращения, мартенситной неупругости и функции их взаимосвязи; 3) исследование эффекта перекрестного упрочнения, иллюстрирующего наличие взаимосвязи между процессами фазового и структурного деформирования. Для

достижения поставленных целей было выполнено три серии термомеханических испытаний. Даны рекомендации, позволяющие увеличить точность экспериментального получения диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости, предложен метод непосредственного экспериментального определения функции взаимосвязи этих двух диаграмм.

В результате экспериментального исследования были получены три материальные функции. Поскольку только две из них являются независимыми, то экспериментальное определение всех трех функций позволило осуществить проверку правильности их построения, а также продемонстрировать наличие взаимосвязи между ними. Было показано совпадение диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями с точностью, определяемой шириной доверительных интервалов. Этот результат послужил, во-первых, подтверждением выполнения введенной гипотезы при структурном деформировании, а во-вторых, иллюстрацией эффекта перекрестного упрочнения. Для проверки выполнения гипотезы в условиях последующего фазового превращения проведено три группы испытаний, реализующих обратное превращение образцов с начальными фазовой и структурной деформациями в различных термосиловых условиях. Критерием сопоставления при этом служило совпадение границ температурных интервалов обратного превращения. Показано, что введенная гипотеза в условиях изотермического деформирования выполняется с удовлетворительной точностью во всем диапазоне экспериментально реализуемых нагрузок (до 500 МПа для фазового превращения и 600 МПа для структурного), а в условиях изменяющейся температуры – выполняется только при напряжениях до 250 МПа для фазового превращения и 350 МПа для структурного. При более высоких нагрузках необходим учет влияния внутренних напряжений, возникающих в результате структурного деформирования, на сдвиг характерных температур превращения.

Третья глава посвящена разработке феноменологической модели фазовых и структурных деформаций в СПФ в одномерном случае. В основу модели закладывается теоретическое представление о взаимосвязи фазовых и

структурных деформаций, сформулированное и экспериментально подтвержденное в главе 2. Суть подхода состоит в присвоении каждому мартенситному элементу, соотносящемуся с элементарным приращением объемной доли мартенситной фазы, некоторого значения управляющего напряжения, которое определяет вклад данного элемента в суммарную деформацию системы. Первоначально управляющее напряжение элемента принимает значение напряжения, действующего в момент возникновения этого элемента при прямом фазовом переходе. Если впоследствии возрастание напряжения в материале приводит к переориентации (структурному превращению) элемента, то его управляющее напряжение принимает новое значение, эквивалентное вызвавшему структурное превращение напряжению. При этом эквивалентными считаются напряжения, которым соответствует одна и та же деформация на диаграммах прямого превращения и мартенситной неупругости. Таким образом, функция управляющего напряжения, зависящая от одного аргумента – доли мартенситной фазы, строится на этапе прямого перехода и трансформируется при структурном превращении. Для обратного фазового перехода принимается гипотеза об обратном порядке исчезновения мартенситных элементов, подтверждаемая экспериментальными наблюдениями, опубликованными в литературе. В связи с этим при обратном превращении функция управляющего напряжения воспроизводится в обратной последовательности, чем обеспечивается учет истории деформирования.

В главе также представлен вариант учета процессов фазового и структурного деформирования при знакопеременном нагружении и приведены основные термодинамические соотношения, необходимые для замыкания модели. Сформулированы алгоритмические указания для численной реализации модели. Представлена геометрическая интерпретация модели и сопоставление ее с двумя известными феноменологическими моделями для материалов с памятью формы.

В **четвертой главе** приводятся примеры использования модели. Решен ряд простых задач, в которых реализуются различные макромеханические эффекты в СПФ в условиях однородного одноосного напряженного состояния: монотонный

и реверсивный эффекты памяти формы, прямое превращение в условиях немонотонно изменяющейся нагрузки. Для некоторых задач приведено сопоставление с результатами других моделей и с экспериментальными данными из литературы. Для демонстрации вычислительных возможностей модели решена связанная термомеханическая задача о совместном деформировании пакета стержней из СПФ. Описана эволюция напряженно-деформированного состояния конструкции в процессе охлаждения и последующего нагрева, для чего выполнено три варианта расчетов: 1) учтена только фазовая деформация без возможности структурного превращения; 2) учтены процессы фазового и структурного деформирования; 3) учтены фазовая и структурная деформации, а также деформационная асимметрия растяжения и сжатия. Сделан вывод о необходимости учета структурного деформирования при расчете.

В **пятой главе** на основании анализа фазовой диаграммы никелида титана построена теоретическая классификация типов диаграмм изотермического деформирования СПФ в зависимости от температуры деформирования. Выделено семь температурных интервалов, в каждом из которых диаграммы изотермического деформирования имеют качественно различный вид, в частности, два из них соответствуют явлениям мартенситной неупругости и сверхупругости. Для каждого случая с использованием разработанной модели получено теоретическое описание деформационных кривых.

В **заключении** подведены общие итоги работы.

Благодарность

Автор выражает благодарность своему научному руководителю, заведующему лабораторией Нелинейной механики деформируемого твердого тела ИМСС УрО РАН, профессору, д.ф.-м.н. Роговому А.А. за поддержку, руководство и помощь в выполнении исследования.

Автор благодарит ведущего научного сотрудника ИМСС УрО РАН д.ф.-м.н. Адамова А.А. за предоставление технической возможности и помощь в организации экспериментального исследования.

Автор выражает признательность научному сотруднику ИМСС УрО РАН к.ф.-м.н. Столбовой О.С. за обсуждение результатов и внимание к работе.

Проведение исследований поддержано РФФИ (грант №16-31-00161-мол_а).

Глава 1. Методы моделирования деформационного поведения сплавов с памятью формы

1.1. Основные макромеханические эффекты и свойства, характерные для сплавов с памятью формы

Для СПФ характерны два фазовых состояния: высокотемпературное (аустенитное) и низкотемпературное (мартенситное). Прямой фазовый переход аустенита в мартенсит осуществляется при охлаждении материала внутри температурного интервала прямого мартенситного превращения с границами M_s (начало) и M_f (конец) или инициируется приложением нагрузки, превышающей напряжение начала мартенситного превращения σ_s^M; мартенсит, образующийся в последнем случае, называется мартенситом напряжения. Фазовое превращение протекает бездиффузионным способом, то есть с сохранением атомами своего соседства, следовательно, является обратимым. При последующем нагреве в интервале температур обратного фазового перехода с границами A_s (начало) и A_f (конец), или – в ряде случаев – при уменьшении напряжения, происходит обратное превращение мартенсита в аустенит, сопровождающееся исчезновением фазовой деформации, накопленной в процессе прямого превращения.

Поскольку температурные интервалы прямого $M_f - M_s$ и обратного $A_s - A_f$ переходов не совпадают (обратное превращение происходит при более высоких температурах), то при реализации превращений в условиях термоциклирования (эффект памяти формы) и постоянной температуры (явление сверхупругости) наблюдается гистерезис превращения (рис. 1.1 и 1.3*б*). Кинетика фазового перехода определяется действием температуры и напряжения [15–18], и в соответствии с законами термодинамики при протекании фазовых переходов под влиянием напряжения температурные интервалы превращений смещаются. При прямом фазовом переходе в СПФ происходит выделение латентного тепла, а при обратном – его поглощение.

Кристаллическая ячейка аустенитной фазы обладает высокой степенью симметрии, тогда как ячейка мартенсита является низкосимметричной. В связи с этим имеется множество возможных направлений перехода высокосимметричной аустенитной ячейки в мартенситную. Например, для никелида титана таких направлений 12 [16]. Действующее в материале напряжение обусловливает преимущественную ориентацию мартенсита; в отсутствие полей напряжений (как внешних, так и внутренних) все варианты равновероятны. В поликристаллическом сплаве совокупности близлежащих кристаллических ячеек мартенситной фазы одинаковой ориентации образуют области, имеющие форму пластин или игл. При смене направления или возрастании интенсивности действующего напряжения возможно изменение ориентации существующих мартенситных ячеек (структурное превращение), а также преобразование хаотического мартенсита в ориентированный, что обусловливает накопление структурной деформации, которая также исчезает в ходе обратного фазового превращения при нагреве. Предельное значение фазовой/структурной деформации, которое соответствует полностью ориентированному мартенситу, довольно значительно (порядка 5–10% для разных сплавов) и зависит от химического состава сплава, размеров зерен, предварительной термической и механической обработки и ряда других факторов.

К важнейшим макромеханическим эффектам СПФ, которые обусловливают уникальность этих материалов для различных отраслей промышленности и медицины и в основе которых лежат мартенситные и структурные превращения, относятся следующие. В первую очередь это эффект монотонной памяти формы: деформация ориентированного мартенсита, накопленная в результате охлаждения из аустенитного состояния под нагрузкой (фазовый переход, I*a* на рис. 1.1) или в результате изотермического приложения нагрузки к неориентированному мартенситу (структурный переход, I*b* на рис. 1.1) исчезает в процессе обратного фазового превращения при нагреве в связи с трансформацией мартенситной кристаллической решетки в высокосимметричную аустенитную, что приводит к восстановлению исходной формы образца [19] (II на рис. 1.1).

Существует также эффект обратимой памяти формы, при котором накопление макроскопической деформации при охлаждении и ее возврат при нагреве происходит даже в отсутствие внешней нагрузки [20, 21]. Этот эффект вызван действием внутренних ориентированных напряжений, обусловленных наличием текстуры материала или наведенных предварительным пластическим деформированием.

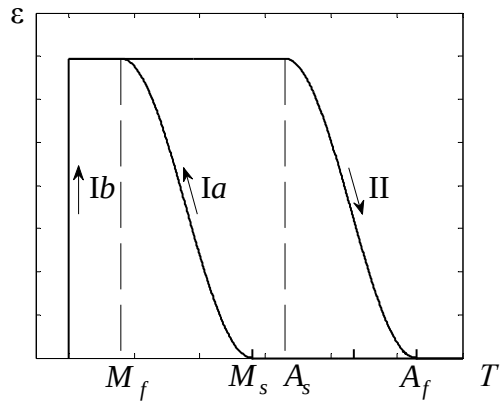


Рис. 1.1. Эффект монотонной памяти формы: зависимость фазово-структурной деформации от температуры

Экспериментально установлено [22], что мартенситные пластины, появляющиеся первыми при прямом превращении, исчезают последними при обратном. Такое поведение может послужить объяснением некоторых явлений, возникающих в условиях сложного термосилового нагружения, в частности, эффекта реверсивной памяти формы [23, 24]. Этот эффект заключается в следующем: если в процессе прямого фазового перехода при охлаждении нагрузка меняет знак, что приводит к немонотонному характеру накопления фазовой деформации, то при последующем нагреве без нагрузки восстановление деформации в процессе обратного фазового превращения также будет иметь немонотонный характер. В этом случае материал «помнит» и воспроизводит при обратном превращении не только свою первоначальную форму, но и историю деформирования. В эксперименте, описанном в работе [23], цилиндрический образец из никелида титана охлаждался из полностью аустенитного состояния

под действием крутящего момента, создающего максимальное касательное напряжение 200 МПа. В момент времени t_0 при температуре 40°С (внутри интервала прямого перехода) производилась смена направления нагрузки, после чего образец продолжали охлаждать до 0°С, а затем нагревали в отсутствие крутящего момента до первоначальной температуры. В результате была получена зависимость сдвиговой деформации на поверхности образца от температуры, соответствующая эффекту реверсивной памяти формы и приведенная на рис. 1.2. Как видно из рисунка, термомеханическая диаграмма для обратного превращения приблизительно повторяет форму диаграммы для прямого. Это объясняется тем, что при обратном превращении в первую очередь исчезают мартенситные пластины, образовавшиеся в процессе охлаждения на этапе II и ориентированные по отрицательному напряжению, что вызывает возрастание деформации при нагреве на этапе III. Затем исчезают мартенситные пластины, возникшие на первом этапе и ориентированные по положительному напряжению, с чем связано уменьшение деформации на этапе IV при нагреве. Заметно, что величина деформационного пика обратного превращения примерно в четыре раза меньше, чем прямого. Вероятное объяснение этому состоит в том, что часть мартенситных пластин, образовавшихся на этапе I, подвергается переориентации (структурному превращению) при смене направления нагрузки, что вызывает уменьшение связанной с ними фазовой деформации. Кроме того, диаграмма обратного превращения отличается от прямого отсутствием упругой составляющей деформации, а также более высокими температурами перехода $A_s - A_f$ по сравнению с $M_f - M_s$, внутри которых наблюдается пик деформации.

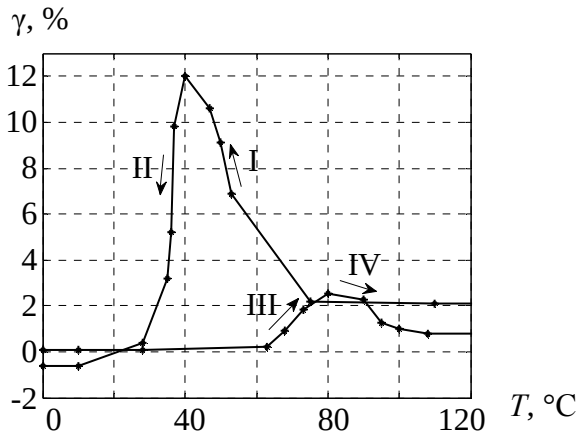


Рис. 1.2. Эффект реверсивной памяти формы: экспериментальная зависимость сдвиговой деформации на поверхности цилиндра от температуры [23]

Деформационные кривые, получаемые при изотермическом деформировании СПФ, зависят от температуры деформирования: в частности, возникают такие эффекты, как мартенситная неупругость и сверхупругость. Мартенситная неупругость реализуется в случае нагружения хаотического мартенсита при температурах ниже M_f [25]: возрастание напряжения выше некоторого порогового значения σ_{s0}^{st}, которое будем называть начальным пределом структурного превращения, вызывает упорядочивание мартенситных ячеек в направлении внешней нагрузки, что приводит к нелинейному накоплению структурной деформации, которая сохраняется при последующей разгрузке (рис. 1.3*а*). Накопленная деформация может быть снята впоследствии при нагреве, вызывающем обратный фазовый переход. Для явления мартенситной неупругости характерно деформационное упрочнение, аналогично пластическому деформированию упрочняющегося материала: после промежуточной упругой разгрузки образца от некоторого напряжения σ_s^{st}, при котором накопленная структурная деформация составляет ε_0, последующее нагружение происходит также упругим образом до тех пор, пока не будет достигнуто напряжение σ_s^{st}, с которого продолжится процесс структурного деформирования. Таким образом,

при повторном нагружении пределом структурного превращения служит значение σ_s^{st}.

а) *б)*

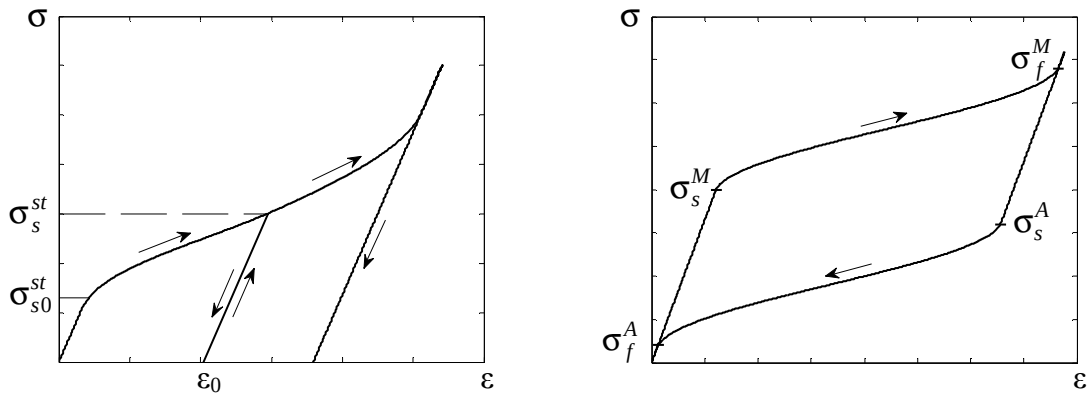


Рис. 1.3. Мартенситная неупругость (*а*) и сверхупругость (*б*)

Явление сверхупругости связано с образованием мартенсита напряжения из аустенитной фазы при температурах деформирования выше A_f [25], при этом в процессе прямого мартенситного превращения, вызванного возрастанием напряжения в диапазоне от σ_s^M (начало превращения) до σ_f^M (окончание), происходит нелинейное накопление фазовой деформации (рис. 1.3*б*). Поскольку при этих температурах мартенситная фаза нестабильна, то она исчезает при последующей разгрузке, что приводит к снятию накопленной деформации в интервале напряжений обратного превращения от σ_s^A (начало) до σ_f^A (окончание). Поведение материала при реализации эффекта сверхупругости в некоторой степени аналогично упругому: деформация накапливается с возрастанием нагрузки и убывает с ее уменьшением, однако зависимость деформации от напряжения имеет ярко выраженный нелинейный характер и демонстрирует гистерезис превращения, связанный с несовпадением интервалов напряжений прямого и обратного превращений. Кроме того, величина максимальной обратимой деформации, накапливаемой таким образом, довольно значительна и определяется деформацией полностью ориентированного мартенсита

относительно аустенитной фазы (например, для никелида титана предельная фазовая/структурная деформация достигает 5–6% [26]).

О взаимосвязи процессов фазового и структурного деформирования свидетельствует эффект перекрестного упрочнения, впервые обнаруженный в [27] при испытаниях проволочных образцов из никелида титана и более подробно исследованный в [14, 28]. Суть его заключается в том, что после прямого фазового перехода в процессе охлаждения под некоторым напряжением σ_1 повышается предел структурного превращения σ_s^{st} С этого напряжения в материале начинает развиваться структурная деформация при последующем нагружении в мартенситном состоянии. С другой стороны, повышение предела σ_s^{st} до такого же значения может быть достигнуто нагружением образца из состояния хаотического мартенсита до напряжения σ_2 с последующей разгрузкой. При этом напряжения σ_1 и σ_2 эквивалентны между собой с точки зрения создаваемой ими ориентированной мартенситной структуры.

Если образец, содержащий фазовую/структурную деформацию, накопленную в результате фазового превращения под нагрузкой или структурного деформирования хаотического мартенсита, подвергнуть последующему нагреву в заневоленном состоянии, то снятие фазовой/структурной деформации в интервале температур обратного фазового превращения приведет к развитию реактивных напряжений при этих температурах [19], которые значительны по величине и могут приводить к пластическому деформированию образца и даже к его разрушению.

1.2. Модели деформационного поведения сплавов с памятью формы

История изучения сплавов с эффектом памяти насчитывает более пятидесяти лет, и за это время было создано значительное количество математических моделей для этих материалов, опубликованных как в отечественной, так и зарубежной литературе. Краткая характеристика и классификация части из них

приводится в обзорах [29–32]. Условно модели можно разделить на две большие группы: микроструктурные (физические) и феноменологические (макромеханические). Ввиду того, что данная диссертационная работа посвящена разработке феноменологической модели как более пригодной для решения прикладных задач, в настоящем литературном обзоре мы более подробно остановимся именно на таких моделях, однако основные методы микроструктурного моделирования также будут отмечены.

1.2.1. Микроструктурные модели

Описание внутреннего строения материала, лежащее в основе микроструктурного моделирования, позволяет дать ясную физическую трактовку происходящих в материале процессов, а также учесть эволюцию его структуры и свойств в процессе деформирования. Такие модели способны достаточно точно описать широкий круг явлений, связанных с мартенситным превращением в СПФ. Однако алгоритмическая сложность микроструктурных моделей и большое число входящих в них материальных констант, требующих экспериментального определения, затрудняет их практическое применение. Как отмечается в [33], интегрирование таких моделей в конечно-элементные программные комплексы затруднено и приводит к большим вычислительным затратам из-за большого числа внутренних переменных. Поэтому микроструктурные модели чаще всего используют для проведения численных экспериментов в рамках решения сравнительно простых задач, а также для проверки адекватности феноменологических моделей.

Микроструктурному моделированию процессов мартенситных превращений в СПФ посвящен ряд отечественных [34–38] и зарубежных [39–45] работ. В моделях [34, 40, 43, 44], наряду с деформацией фазового перехода и структурной деформацией мартенсита, введен учет возможной пластической деформации мартенситной и аустенитной фаз. Некоторые микроструктурные модели конкретно адаптированы для описания процессов деформирования никелида

титана [44, 46] как сплава, имеющего широкое практическое применение. В них при переходе на макроуровень используется суммирование параметров по всем вариантам мартенсита, возможным в этом сплаве: для никелида титана имеется 24 таких варианта (кристаллографические данные для него приведены в [47]).

Наиболее простым и наглядным способом описания кристаллогеометрии мартенситного превращения является схема деформации Бейна, согласно которой в группе соседних элементарных ячеек исходной фазы выделяется ячейка новой фазы [48]. Изначально схема была разработана для сталей (превращение гранецентрированной кубической решетки в объемноцентрированную тетрагональную), а затем аналогичные схемы были созданы и для других кристаллографических перестроек при мартенситных превращениях, в том числе и в сплавах с памятью формы [49–51]. Так, при фазовом превращении в никелиде титана объемоцентрированная кубическая кристаллическая решетка аустенитной фазы переходит в базоцентрированную моноклинную решетку мартенситной фазы [52]. Группа симметрии кубической решетки состоит из 24-х ортогональных тензоров, переводящих кристаллографические оси одного куба в другой, а группа симметрии моноклинной решетки состоит из двух ортогональных тензоров, переводящих моноклинную решетку в себя. Для преобразования кубической решетки в моноклинную используется тензор деформаций Бейна. Так как эквивалентных кубических решеток 24, то и разных вариантов мартенсита и, соответственно, разных тензоров Бейна может быть 24, но независимых из них будет только 12, в силу неразличимости двух конфигураций моноклинной решетки.

Среди микроструктурных моделей отечественных авторов следует особо отметить структурно-аналитическую теорию прочности В.А. Лихачева–В.Г. Малинина [37] как наиболее развитую и позволяющую с единых позиций представить широкий спектр деформационных эффектов, вызванных мартенситными превращениями в СПФ. Теория учитывает действие внутренних напряжений, обусловливающих появление областей пониженного и повышенного, по сравнению с приложенным, напряжения и влияющих на

фазовый переход. Модель является двухуровневой, на микроуровне вводится четыре функции статистического распределения элементарных объемов материала: по кристаллическим ориентациям, значениям предела текучести, ширинам и центрам температурного гистерезиса превращения, по которым выполняется осреднение при переходе на макроуровень. С помощью модели описаны явления мартенситной неупругости и сверхупругости, эффект памяти формы, процессы превращения при сложных режимах термомеханического воздействия, развитие реактивных напряжений [53–55]; решен ряд прикладных задач [56–58].

Моделированию фазовых превращений в металлических сплавах с использованием нескольких масштабных уровней посвящены работы П.В. Трусова с соавторами [59, 60]. Вводимые в рассмотрение уровни (для трехуровневой модели это уровни конструкции, представительного макрообъема и кристаллита) связаны между собой посредством внутренних переменных, которые описывают деформирование и фазовые превращения на более глубоком уровне. На каждом масштабном уровне записывается своя математическая постановка задачи, отражающая наиболее важные физические процессы этого уровня. Основные физические механизмы, лежащие в основе фазово-структурного деформирования, учитываются на уровне кристаллита.

Микромеханический подход к описанию процессов деформирования СПФ представлен в ранних публикациях А.А. Мовчана (работы [61–63], основанные на подходе, изложенном в [64]). Суть метода заключается в суммировании вкладов отдельных микроносителей, зарождающихся при разных значениях доли мартенситной фазы, в макроскопическую деформацию мартенситного превращения. В качестве микроносителя выступает кристалл мартенсита, и учитываются процессы как его зарождения, так и развития, причем скорость роста кристалла считается пропорциональной его текущей величине.

Существуют модели, в которых деформационное поведение СПФ представлено с позиций молекулярной динамики. Так, в работах [65–69] на

основании разных потенциалов, определяющих межатомное взаимодействие, описано деформирование никелида титана с различным содержанием никеля.

Модели, вводящие в рассмотрение микроплоскости [70, 71] и микросферы [72, 73], занимают промежуточное положение между феноменологическими и микроструктурными. Микроплоскости различной ориентации не являются прямыми аналогами вариантов мартенсита, однако отражают особенности внутренней структуры материала. Использование микросфер позволяет отобразить разориентированность кристаллической структуры путем проецирования макромеханических параметров на направления, нормальные к сфере.

1.2.2. Феноменологические модели

Феноменологические модели, чаще всего применяющиеся на практике, являются более простыми и содержат меньшее количество материальных констант, подлежащих определению. Поскольку возможности таких моделей достаточно ограничены, то обычно их создание имеет целью описать конкретный круг явлений: эффект памяти формы, изотермические явления (сверхупругость, мартенситная неупругость) и др. Многие модели учитывают лишь деформацию фазового перехода и не позволяют описать процесс переориентации мартенситных ячеек [74–77]. В работах [78, 79], напротив, описана только переориентация мартенситной структуры при завершившемся фазовом переходе, а в [80, 81] основное внимание уделяется явлению псевдоупругости и образованию мартенсита напряжения при деформировании СПФ в условиях постоянной температуры. Однако при сложном термосиловом нагружении в материале может происходить сразу несколько процессов, связанных с прямым и обратным мартенситными превращениями, а также с переориентацией мартенситных ячеек (структурная деформация). Поэтому актуальной является проблема создания таких феноменологических моделей, которые позволили бы на основе единого подхода наиболее полно описать совокупность

макромеханических процессов, происходящих при мартенситных и структурных превращениях в СПФ.

В большинстве феноменологических моделей используется представление полной деформации как совокупности упругой, температурной, фазовой и в [82–84] – пластической составляющих. Некоторые авторы [13, 33, 85, 86] учитывают также структурную деформацию (деформацию раздвойникования, переориентации). При этом используется разделение фазово-структурной деформации и объемной доли мартенсита на фазовую и структурную составляющие, причем различным образом учитывается их взаимосвязь. Обычно накладывается ограничение, что деформация структурного превращения не может превышать фазовую деформацию изначально ориентированного мартенсита [33]. Помимо этого, сумма объемных долей аустенита и хаотического и ориентированного мартенсита должна равняться единице [85, 87]. В [13] доля мартенситной фазы, претерпевшей структурное превращение, определяется на основании взаимосвязи двух функций, содержащих исходные пределы структурного превращения мартенситных объемов и историю изменения этих пределов в процессе деформирования.

Имеется класс работ, разделяющих деформацию, связанную с образованием термического мартенсита при охлаждении под нагрузкой и мартенсита напряжения при изотермическом увеличении интенсивности нагрузки [85, 88]. Впервые такое разделение было введено в [89].

Наибольший интерес с точки зрения моделирования мартенситного превращения представляет способ задания фазовой (структурной) деформации. В ряде моделей [33, 77, 84] фазовая составляющая введена в виде произведения некоторой деформационной величины, имеющей смысл максимально возможной [84] или средней [33] фазовой деформации, и объемной доли мартенсита. Такой же способ описания фазовой деформации применяется и в «пионерских» моделях Танаки [90], Лианга [91] и Бринсона [89]. В работах [76, 92, 93] используется более сложное дифференциальное представление вида $\dot{\varepsilon}_{ph} = \Lambda \dot{q}$ (точкой

обозначено дифференцирование по времени), где ε_{ph} – фазовая деформация, q – доля мартенситной фазы, Λ – некоторая функция, зависящая от напряжения и имеющая различный вид для случаев прямого и обратного мартенситных превращений. При этом выражение Λ для обратного превращения содержит величину фазовой деформации ε_{ph}^{0} на момент окончания прямого превращения (смены знака $\dot{q}$). Известно, однако, что на характер восстановления деформации в ходе обратного превращения в СПФ влияет не только величина конечной фазовой деформации ε_{ph}^{0}, но и вся история деформирования в процессе прямого перехода (подтверждением чему служит, например, эффект реверсивной памяти формы), тогда как модели в подобной постановке не способны учесть это влияние. Зависимость процессов последующего структурного превращения от предшествующей истории деформирования введена в [13] посредством предположения: переориентация элементарного объема мартенсита начинается только тогда, когда действующее внешнее напряжение превышает наибольшее напряжение за всю историю существования этого мартенситного объема.

Диаграммы деформирования, описывающие процессы мартенситной неупругости и сверхупругости (рис. 1.3), имеют внешнее сходство с диаграммой пластического деформирования металлов: на них присутствуют пологие «площадки текучести», для которых напряжения σ_{s0}^{st} и σ_{s}^{M} служат «пределами текучести». Это наводит на мысль о возможности описания деформационного поведения СПФ с помощью теорий, аналогичных теории пластического течения. Такая идея была реализована в [27, 79, 94–96], причем в одних работах учитывается «пластическое течение», связанное с деформацией фазового перехода (сверхупругость), в других – структурного (мартенситная неупругость). Поскольку при реализации эффекта сверхупругости фазовая деформация восстанавливается при разгрузке (рис. 1.3*б*), то для описания этого эффекта с позиций теории течения в [94] потребовалось ввести вторую поверхность текучести, определяющую напряжения «обратного течения» при разгрузке. При этом постулируется зависимость двух поверхностей текучести от температуры,

что отражает термодинамическую зависимость характерных температур прямого и обратного фазовых превращений от напряжения.

Деформация структурного превращения, накапливаемая, в частности, при мартенситной неупругости, по свойствам более близка к пластической. Во-первых, она не исчезает при разгрузке (рис. 1.3*а*), а восстанавливается только в процессе нагрева. Во-вторых, для диаграммы мартенситной неупругости характерно деформационное упрочнение (эффект перекрестного упрочнения): если разгрузить образец в середине «площадки текучести» (см. рис. 1.3*а*), то при повторном нагружении «предел текучести» возрастет до соответствующего значения σ_s^{st}. Подобное повышение «предела текучести» также произойдет, если материалу предварительно сообщить фазовую деформацию, равную ε_0. В связи с этим применение аналогов теории пластического течения для описания структурной деформации (как в [79]) более предпочтительно, чем для фазовой. Трудность здесь представляет описание режимов, при которых предварительный фазовый переход происходит при охлаждении под действием изменяющегося напряжения, поскольку в этом случае мартенсит, образовавшийся при разных напряжениях, обладает различающимися «пределами текучести». Кроме того, возникает задача стыковки деформаций фазовых и структурных превращений и их взаимного влияния. На решение этих вопросов нацелены работы [13, 14, 28].

Среди современных макромеханических моделей зарубежных авторов наиболее распространены термодинамические модели, математическая формулировка которых начинается с записи термодинамического потенциала. Тип потенциала варьируется в разных работах: многими авторами используется свободная энергия Гельмгольца [75, 77, 87, 96–102], однако в [16] было показано, что предпочтительнее применять потенциал Гиббса как зависящий от термодинамических параметров – напряжения и температуры, не терпящих изменения при фазовых переходах. Потенциал Гиббса использован для построения определяющих соотношений в работах [16, 33, 103–105]. Вид потенциала также может быть различен, обычно он постулируется на основании

физических или феноменологических соображений. Как правило, вводятся два слагаемых, отвечающих за энергию упругой и температурной деформаций и определяющихся по правилу смеси для двухфазного материала [77, 87, 100, 101, 105]. Иногда добавляется энергия взаимодействия мартенситной и аустенитной фаз [77, 87, 100, 101], однако она учитывается не во всех работах: как отмечается в [15], при записи уравнений для изменения свободной энергии можно пренебречь слагаемым, отвечающим за взаимодействие частиц в мартенситном и аустенитном состояниях на межфазной границе, поскольку его величина незначительна. Для описания накопления деформации при изотермическом нагружении в ходе мартенситного (сверхупругость) и структурного (мартенситная неупругость) превращений используются слагаемые, вид которых аналогичен упругой энергии, но для деформации фазового/структурного перехода [97, 98, 100, 101]. Для того, чтобы наложить ограничения на фазовую деформацию (меньше деформации полностью ориентированного мартенсита) и доли мартенситной и аустенитной фаз (неотрицательны и не больше единицы) в термодинамический потенциал иногда искусственно вводятся слагаемые, учитывающие эти ограничения с помощью множителей Лагранжа [100, 101] либо с помощью индикаторных функций [87]. Определяющие соотношения получаются далее путем дифференцирования введенного потенциала согласно термодинамическим принципам. Минусом такого подхода является затуманенность физического смысла ряда слагаемых, содержащихся в потенциале, и как следствие недостаточная физическая обоснованность получаемых соотношений.

Многие авторы при построении моделей основываются на теории фазовых переходов Ландау [106], предполагающей разложение термодинамического потенциала в ряд по степеням параметра порядка. Таковы, например, работы [107–112]. В качестве параметра порядка – величины, равной нулю в симметричной фазе и отличной от нуля в несимметричной – могут выступать различные характеристики: значения смещений атомов кристаллической решетки от их положений в симметричной фазе, отношение вероятностей нахождения

атомов разных компонентов сплава в каком-либо узле решетки и т.д. Так, в [111] за параметры порядка принимаются фазовая деформация и объемная доля мартенсита, определяемые усреднением соответствующих микроскопических параметров с некоторой функцией распределения, в [112] это линейные комбинации компонент тензора деформации и параметр, описывающий модуляцию кристаллической решетки. В [110] вводится полиномиальная зависимость от параметра порядка объемной доли мартенсита, а также слагаемого в термодинамическом потенциале, связанного с химической/термической энергией. В [15], однако, показано, что использование теории Ландау эффективно только при анализе переходных процессов при температурах выше середины интервала превращения, тогда как при более низких температурах данный подход не позволяет описать эволюцию мартенситной структуры кристалла.

Существуют теории расчета деформированного состояния СПФ, направленные на решение прикладных задач. Среди них можно отметить модель С.А. Абдрахманова [113], особенностью которой является введение коэффициента поперечной фазовой деформации (аналогично коэффициенту Пуассона) при обобщении определяющих соотношений на трехмерный случай. Модель успешно применяется для описания напряженно-деформированного состояния пружин различной формы из СПФ [114–116]. Инженерный подход к расчету конструктивных элементов из СПФ, изложенный в [117], основывается на анализе экспериментальных термомеханических диаграмм образцов из этих материалов – зависимости максимального реактивного напряжения, развиваемого при нагреве образцов с фиксированной деформацией недовосстановления, от величины этой деформации.

1.3. Заключение по литературному обзору

Изучение термомеханических свойств сплавов с памятью формы началось в середине прошлого столетия, и в последнее время интерес к этим материалам только усиливается, что иллюстрирует рисунок 1.4, изображающий

распределение количества публикаций по этой теме по годам. Первые научные работы в этом направлении носили в основном материаловедческий характер [118–123], вслед за ними стали появляться простые феноменологические модели, позволяющие описать наиболее характерные для СПФ макромеханические явления (монотонный эффект памяти формы, мартенситную неупругость, сверхупругость). В дальнейшем изучение физической сути явления мартенситного превращения привело к развитию микроструктурных моделей, представляющих переходные процессы в материале на уровне кристаллической решетки. В наше время неослабевающий интерес к этим материалам объясняется их широким применением в различных отраслях промышленности и в медицине, что требует разработки и совершенствования макро-феноменологических моделей, пригодных для интеграции в конечно-элементные программные комплексы и решения прикладных задач.

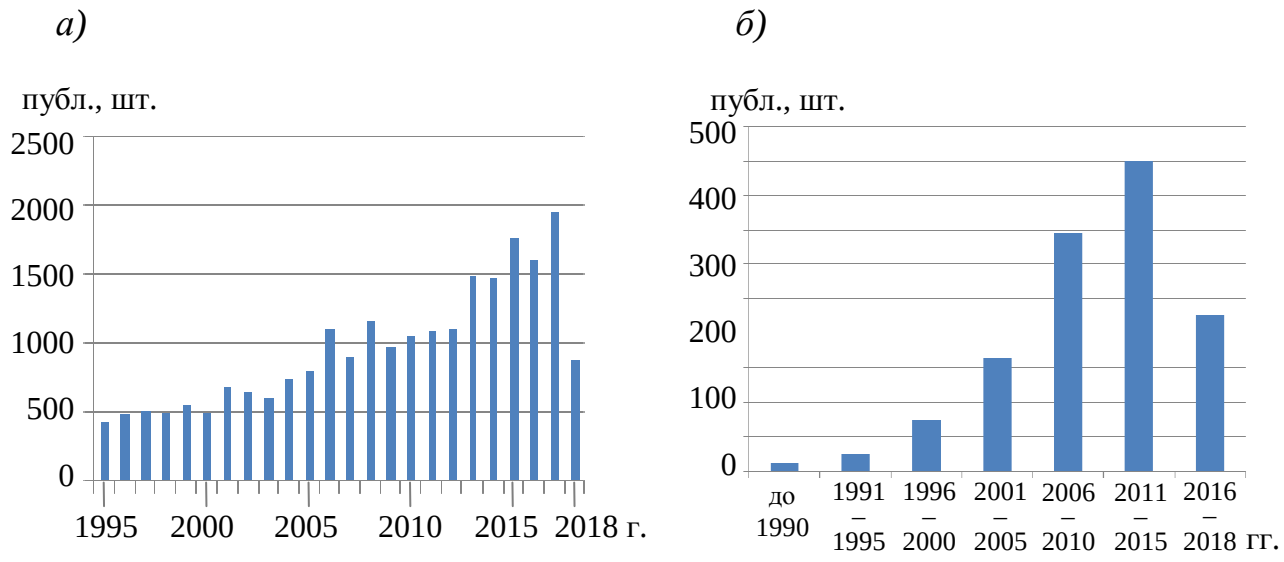


Рис. 1.4. Число публикаций по запросам *Shape memory alloys*, *Сплавы с памятью формы* за 1 год на сайте *sciencedirect.com* (*а*) и за 5 лет на сайте *elibrary.ru* (*б*)

Анализ существующих моделей, использующих самые разные теоретические принципы, в сочетании с изучением физической сути мартенситных превращений, позволил сформулировать ряд требований к построению

феноменологических моделей. Во-первых, для расчета реальных конструкций из СПФ необходимо, чтобы модель наиболее полно описывала комплекс тех макромеханических явлений, вызванных мартенситными превращениями, которые оказывают значительное влияние на напряженно-деформированное состояние конструкции, поскольку в процессе эксплуатации может иметь место сразу несколько таких явлений. Во-вторых, требуется учет всей истории деформирования, начиная от полностью аустенитного состояния материала, как оказывающей влияние на дальнейшие превращения. Помимо этого, представляется целесообразным в процессе моделирования не разделять фазовую и структурную составляющие деформации, а учитывать их единообразно, так как обе они связаны с образованием ориентированного мартенсита. Кроме того, от моделей, нацеленных на решение прикладных задач, требуется простота численной реализации и возможность определения материальных параметров на основании небольшого числа стандартных макромеханических экспериментов.

Как показал обзор литературы по феноменологическому моделированию фазовых и структурных превращений в СПФ, большинство существующих моделей не способно единообразно описать такие макромеханические явления, вызванные мартенситными превращениями, как монотонный и реверсивный эффекты памяти формы, эффект перекрестного упрочнения, а также мартенситную неупругость, сверхупругость и другие проявления температурной зависимости процессов деформирования. Модели либо «заточены» под описание одного или нескольких из перечисленных эффектов, либо предполагают различные модификации определяющих соотношений для учета каждого из них. Кроме того, ни одна из представленных в обзоре моделей не включает в рассмотрение влияние истории деформирования на последующие превращения, за исключением подхода [13], учитывающего зависимость процессов структурного деформирования от истории изменения напряжений, который, однако, не описывает влияние этой истории на обратный фазовый переход. Заметим также, что во всех рассмотренных феноменологических моделях используется разделение деформации ориентированного мартенсита на фазовую и структурную

составляющие, хотя в некоторых работах (например, [13, 14]) указывается на взаимное влияние этих двух составляющих. В настоящей диссертационной работе предпринимается попытка построить такую феноменологическую модель, которая бы учитывала все сформулированные выше требования.

Глава 2. Экспериментальное исследование взаимосвязи фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы

2.1. Проявление взаимосвязи фазовых и структурных деформаций на макромеханическом уровне

Механизмы возникновения фазовой и структурной деформаций в сплавах с памятью формы (СПФ) различны: первая накапливается в ходе прямого фазового превращения аустенита в мартенсит при охлаждении или силовом воздействии, вторая является результатом структурного превращения – переориентации ячеек мартенсита вследствие изменения (возрастания интенсивности или смены направления) внешней нагрузки. Однако оба механизма формируют одинаковый конечный продукт – ориентированный мартенсит, процессы накопления деформации в котором в ходе фазового и структурного превращений взаимосвязаны и влияют друг на друга.

Многие исследования свидетельствуют об эквивалентности фазовой и структурной деформаций на макроскопическом уровне. Так, эффект памяти формы – восстановление первоначальной формы образца при нагреве – наблюдается как после фазового (охлаждение под нагрузкой), так и структурного (нагружение в мартенситном состоянии) деформирования. При этом максимально достигаемое в материале значение фазовой и структурной деформаций одинаково и соответствует случаю наиболее ориентированного мартенсита. Одинаково также и максимальное реактивное напряжение, развиваемое при нагреве образцов с начальными фазовой и структурной деформациями в заневоленном состоянии [19]. Согласно теоретическим представлениям [15–17], характерные температуры обратного фазового перехода также не зависят от природы восстанавливаемой деформации, а только от ее величины и действующего напряжения.

Эффект перекрестного упрочнения [14, 27, 28], суть которого описана в разделе 1.1, напрямую обусловлен взаимосвязанностью фазовой и структурной

деформаций. В [28] установлено, что предел структурного превращения σ_s^{st} всегда выше напряжения предшествующего ему фазового перехода σ_1, причем зависимость этих двух значений близка к линейной. В [14] также исследовался процесс догружения образца в мартенситном состоянии после прямого превращения под действием монотонно изменяющегося напряжения.

Таким образом, наблюдаемые на макромеханическом уровне эквивалентность и взаимное влияние процессов фазового и структурного деформирования СПФ создают предпосылки для их единообразного учета при феноменологическом моделировании, что требует более подробного экспериментального исследования взаимосвязи этих двух процессов.

2.2. Теоретическое представление о взаимосвязи фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы

Ограничимся случаем одноосного напряженного состояния и введем в рассмотрение некоторые понятия. *Мартенситный элемент* – это совокупность равномерно распределенных по объему материала кристаллических ячеек мартенситной фазы, образование которых в ходе прямого фазового превращения произошло одновременно и сообщило элементарное приращение *dq* объемной доле мартенсита. Деформация, возникающая в образце в результате фазового и структурного превращений, определяется степенью ориентированности мартенситных элементов и называется *фазово-структурной*; при необходимости для удобства моделирования ее разделяют на фазовую и структурную составляющие. При этом под *деформацией мартенситного элемента* понимается приращение макроскопической фазово-структурной деформации, сообщаемое материалу в результате фазового или структурного превращения кристаллических ячеек, соответствующих этому элементу. *Степень ориентированности мартенситного элемента* – это мера сонаправленности длинных осей кристаллических ячеек в элементе с действующим внешним напряжением. Она

зависит от уровня напряжения, действующего в момент возникновения элемента на этапе прямого фазового перехода, и может быть увеличена в результате структурного превращения – переориентации мартенситных ячеек вследствие возрастания (по абсолютной величине) внешней нагрузки. Увеличение степени ориентированности приводит к росту накопленной фазово-структурной деформации в направлении внешней нагрузки.

Мартенситные элементы образуются из аустенитной фазы в результате прямого фазового перехода, причем изначально их ориентация определяется уровнем действующего при переходе напряжения. Процесс деформирования, при котором все мартенситные элементы обладают одинаковой степенью ориентированности и, следовательно, одинаковой деформацией, называется *однородным фазовым деформированием*. Примером такого процесса может служить охлаждение под постоянной нагрузкой. Степень ориентированности элемента, если она меньше максимальной, может быть увеличена в результате последующего структурного превращения. В этом случае она также будет зависеть от значения действующего напряжения, которое по абсолютной величине должно быть выше предела структурного превращения σ_s^{st} – напряжения, с которого начинается процесс переориентации мартенсита при его изотермическом нагружении. При неоднородном фазовом деформировании каждый мартенситный элемент обладает собственным пределом структурного превращения, определяемым его степенью ориентированности.

Полную фазово-структурную деформацию можно разложить на объемную и девиаторную составляющие, что в случае одноосного напряженного состояния при завершившемся прямом фазовом переходе выражается суммой $\varepsilon_{phst} = \varepsilon_V + e_{phst}$. Объемная компонента ε_V является константой материала, не зависящей от степени ориентированности мартенситной структуры, и по сравнению с максимально возможной деформацией незначительна (например, для никелида титана ε_V составляет 0,34%, тогда как максимум фазово-структурной деформации может достигать 5–6% [26]). С точки зрения кристаллографии

максимальное значение фазово-структурной деформации наблюдается в случае, когда все ячейки мартенсита ориентированы в одном направлении. Однако в поликристаллическом сплаве такое состояние не может быть достигнуто из-за наличия границ зерен и дефектов решетки [124]. Поэтому в случае однородного фазового деформирования считается, что мартенсит имеет максимальную степень ориентированности, если осевая компонента девиатора тензора фазово-структурной деформации e_{phst} достигла наибольшего возможного для данного материала значения $e_{phst}^{\max}$. Напротив, структура хаотического (неориентированного) мартенсита, получаемая в процессе охлаждения без нагрузки, обладает наименьшей степенью ориентированности и имеет лишь объемную макроскопическую фазовую деформацию ε_V.

Используя введенные понятия, сформулируем Утверждение: фазово-структурная деформация мартенситного элемента однозначно определяется его текущей степенью ориентированности и не зависит от механизма ее приобретения (фазовое или структурное превращение) и предшествующей истории изменения. Аналогично вводится Гипотеза 1: дальнейшее поведение мартенситного элемента под влиянием внешнего термосилового воздействия однозначно определяется его текущей степенью ориентированности и не зависит от механизма ее приобретения и предшествующей истории изменения. Сформулированные Утверждение и Гипотеза 1 в неявном виде используются в работах [13, 14] при феноменологическом моделировании фазовых и структурных деформаций в СПФ, причем в [14] Гипотеза 1 выражается в предположении существования единой поверхности нагружения для процессов фазового и структурного деформирования. Для процессов однородного фазового деформирования Гипотеза 1 формулируется следующим образом: деформационный отклик образца на последующее термосиловое воздействие однозначно определяется текущей степенью ориентированности его мартенситной структуры и не зависит от механизма ее приобретения и предшествующей истории изменения. На основании введенной гипотезы в [13, 14] предложено излагаемое ниже теоретическое

представление, которое устанавливает взаимосвязь между процессами фазового и структурного деформирования в СПФ. Это представление лежит в основе феноменологической модели [13] для СПФ, оно также будет использоваться далее в главе 3 при построении феноменологической модели настоящей работы.

Рассмотрим два процесса однородного фазового деформирования СПФ, для определенности ограничиваясь случаем одноосного растяжения. В первом процессе образец охлаждается под постоянным напряжением (фазовый переход), во втором – нагружается из состояния хаотического мартенсита (структурное превращение). Этим случаям соответствуют две материальные функции: зависимость осевой компоненты девиатора фазовой деформации полного прямого превращения от действующего при переходе постоянного внешнего напряжения $e_{ph} = F_1(\sigma)$, называемая *диаграммой прямого превращения*, и *диаграмма мартенситой неупругости* $e_{st} = F_2(\sigma)$ – зависимость накапливаемой структурной деформации, также являющейся девиатором, от прикладываемого напряжения при деформировании из состояния хаотического мартенсита [26]. Обе функции являются неубывающими, имеют асимптотический характер и ограничены сверху максимальным значением осевой компоненты девиатора тензора фазово-структурной деформации $e_{phst}^{\max}$ (см. схематичное изображение рис. 2.1, на котором по оси ординат отложена осевая компонента девиатора тензора общей фазово-структурной деформации e_{phst} без разделения ее на фазовую и структурную составляющие). На диаграммах $F_1(\sigma)$ и $F_2(\sigma)$ можно отметить *предельное напряжение фазового превращения* σ_m и напряжение окончания структурного превращения σ_f^{st} соответственно, выше которых осевая компонента девиатора фазово-структурной деформации в пределах измерительной точности может считаться постоянной и равной $e_{phst}^{\max}$. Эти два значения напряжений соответствуют образованию полностью ориентированного мартенсита в процессах фазового и структурного превращений.

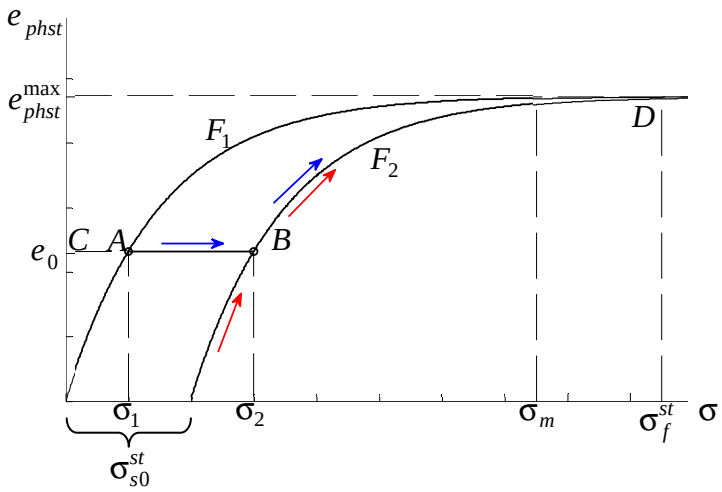


Рис. 2.1. Схематические диаграммы прямого превращения и мартенситной неупругости. Стрелки – процессы структурного деформирования для образцов с начальными фазовой (синий) и структурной (красный) деформациями

Внутренние напряжения, различные по величине и направлению, также оказывают влияние на фазовый переход. Для аустенитной кристаллической ячейки, претерпевающей фазовый переход в свободном от напряжений состоянии, все варианты мартенсита равновероятны. В реальном поликристаллическом сплаве преимущественное направление образования мартенситной ячейки определяется локальным напряжением, представляющим собой суперпозицию внутренних и внешних усилий. С возрастанием внешней нагрузки увеличивается область материала, в которой наибольшая компонента тензора локальных напряжений в главных осях сонаправлена с внешним напряжением, следовательно, возрастает доля мартенситных ячеек, ориентированных по внешнему напряжению, и фазовая деформация в этом направлении. Этим объясняется монотонно возрастающий характер диаграммы прямого превращения. Известно, что наличие ориентированных внутренних напряжений, причиной появления которых может стать предварительное пластическое деформирование, оказывает влияние на параметры фазового перехода: в частности, получаемая при охлаждении без нагрузки мартенситная структура обладает некоторой степенью ориентированности, при этом девиатор

накапливаемой фазовой деформации отличен от нуля. Это явление называется эффектом обратимой памяти формы [20, 21]. В настоящей работе такой случай не рассматривается; предполагается отсутствие текстурированности материала и остаточных пластических деформаций в нем. Будем полагать, что внутренние напряжения ориентированы произвольным образом и преимущественного направления не имеют, в этом случае диаграмма F_1 выходит из начала координат.

По свидетельству экспериментальных данных, диаграмма F_1 является выпуклой; диаграмма F_2 чаще всего также выпуклая, но может иметь вогнутый начальный участок [14]. Получаемая изотермическим деформированием диаграмма F_2 всегда лежит правее F_1 [14, 79] (или совпадает с ней [86]) и тем дальше от нее отстоит, чем ниже температура деформирования. В настоящей главе рассматриваются диаграммы мартенситной неупругости, получаемые при комнатной температуре, без учета их температурной эволюции, которая будет описана в главе 5. Напряжение σ_{s0}^{st} соответствует началу накопления структурной деформации при растяжении хаотического мартенсита и называется начальным пределом структурного превращения.

Полная деформация образца в мартенситном состоянии складывается из упругой ε_e и фазово-структурной ε_{phst} составляющих, последняя из которых состоит из объемной ε_V и девиаторной e_{phst} частей. В случае одноосного напряженного состояния это выражается суммой:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_V + e_{phst}. \qquad (2.1)$$

Упругая деформация определяется законом Гука $\varepsilon_e = \sigma / E_M$ (E_M – мартенситный модуль упругости). Температурная деформация за малостью вклада не учитывается; кроме того, предполагается отсутствие пластической и вязкоупругой составляющих деформации. Диаграммы F_1 и F_2 представляют собой зависимость осевой компоненты девиатора тензора фазово-структурной деформации от напряжения. Поскольку в экспериментах на прямое превращение образец после охлаждения содержит полную фазово-структурную деформацию ε_{phst}, то для

построения диаграммы прямого превращения из нее необходимо вычесть объемную составляющую ε_V. В испытаниях на мартенситную неупругость в процессе изотермического нагружения хаотического мартенсита, обладающего в исходном состоянии объемной фазовой деформацией ε_V, накапливаются упругая и девиаторная фазово-структурная составляющие деформации [86], поэтому диаграмма мартенситной неупругости строится без учета начальной деформации ε_V путем вычитания из накапливаемой деформации упругой составляющей.

Пусть первый образец охлаждается под постоянным напряжением σ_1, в результате чего в нем накапливается фазовая деформация, осевая компонента девиатора которой равна e_0, что соответствует точке A на диаграмме F_1 (см. рис. 2.1). Пусть второму образцу сообщена такая же структурная деформация путем его растяжения из состояния хаотического мартенсита до напряжения σ_2 (точка B на диаграмме F_2). Тогда, согласно Утверждению, мартенситная структура обоих образцов обладает одинаковой степенью ориентированности, а напряжения σ_1 и σ_2 являются эквивалентными для фазового и структурного превращений с точки зрения степени ориентированности формируемой мартенситной структуры. Заметим, что здесь и далее в работе термин *эквивалентное напряжение* будет использоваться именно в этом смысле, и его не следует путать с обычно понимаемой под ним интенсивностью напряжений. Если, осуществив разгрузку обоих образцов до точки C, произвести их последующее изотермическое нагружение, то диаграмма деформирования окажется одинаковой для двух образцов и опишется кривой *C–B–D*, называемой *диаграммой доориентации* [14], что согласуется с Гипотезой 1 о независимости пути дальнейшего изотермического деформирования ориентированного мартенсита от способа его формирования. В обоих случаях накопление структурной деформации начнется с напряжения σ_2, которое служит пределом структурного превращения, так как меньшее напряжение не приводит к возрастанию степени ориентированности мартенситной структуры. Поскольку этот предел может быть увеличен как в результате фазового, так и структурного деформирования, то

явление получило название *эффекта перекрестного упрочнения* [14], аналогично упрочнению упругопластических материалов, связанному с возрастанием их пределов текучести.

Между эквивалентными напряжениями σ_1 и σ_2, последнее из которых является также пределом структурного превращения σ_s^{st}, существует функциональная взаимосвязь f, выражающаяся через диаграммы прямого превращения и мартенситной неупругости и определяемая равенством деформаций в двух процессах $e_0 = F_1(\sigma_1) = F_2(\sigma_2)$:

$$\sigma_2 = \sigma_s^{st} = f(\sigma_1) = F_2^{-1}(F_1(\sigma_1)). \qquad (2.2)$$

Здесь и далее верхним индексом -1 обозначена обратная функция. Как отмечается в [28], $\sigma_2 \geq \sigma_1$, что следует из взаимного расположения диаграмм F_1 и F_2. В [13] используется гипотеза о совпадении эквивалентных напряжений, т.е. $f(\sigma_1) = \sigma_1$, а в [14] функция f определяется на основании (2.2) с применением аппроксимирующих зависимостей для диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости $F_1 = \varepsilon_{phst}^{\max} \cdot \operatorname{erf}\left(\dfrac{\sigma}{\sigma_{01} \cdot \sqrt{2}}\right)$ и $F_2 = \varepsilon_{phst}^{\max} \cdot \left[1 - \exp\left(-\left(\dfrac{\sigma}{\sigma_{02}}\right)^{\alpha}\right)\right]$,

где $\varepsilon_{phst}^{\max}$, σ_{01}, σ_{02} и α – параметры материала.

Диаграмма мартенситной неупругости, построенная относительно эквивалентного напряжения σ_1, совпадет с диаграммой прямого превращения, что следует из (2.2):

$$F_1(\sigma_1) = F_2(f(\sigma_1)) = F(\sigma), \qquad (2.3)$$

где $F(\sigma)$ – общая для двух диаграмм функция. Для случая отсутствия начального предела структурного превращения σ_{s0}^{st} для явления мартенситной неупругости вывод о совпадении двух диаграмм также следует из модели для фазовых и структурных деформаций работы [86], где он подтверждается экспериментальными данными [125] по никелиду титана.

2.3. Экспериментальное исследование

2.3.1. Цели и программа экспериментального исследования

Для проверки и идентификации изложенного выше теоретического представления было выполнено экспериментальное исследование на проволочных образцах из никелида титана. При этом ставились следующие цели:

1) определение материальных функций F_1, F_2 и f;

2) проверка Гипотезы 1 о последующем поведении образцов с начальными фазовой и структурной деформациями в условиях:

а) структурного превращения при изотермическом внешнем силовом воздействии;

б) обратного фазового превращения при термосиловом внешнем воздействии;

3) исследование эффекта перекрестного упрочнения с точки зрения совпадения диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями.

Теоретическое представление, изложенное в разделе 2.2, содержит три материальные функции: F_1, F_2 и f, две из которых являются независимыми, согласно (2.2). Методы экспериментального построения диаграмм F_1 и F_2 вытекают из их определений; эти диаграммы были получены для различных материалов в ряде работ [26, 125–127]. Для определения функции f можно предложить следующие способы: 1) через диаграммы F_1 и F_2, согласно (2.2); 2) по пределу структурного превращения σ_2, соответствующему окончанию упругого участка на диаграммах доориентации с начальной фазовой деформацией, накопленной при охлаждении под напряжением σ_1; 3) из условия совпадения диаграмм доориентации с начальными фазовой и структурной деформациями, сформированными под действием напряжений σ_1 и σ_2, в случае эквивалентности этих напряжений. В работе [14] функция f была определена

первым способом, но проверочный эксперимент для нее не проводился. Второй способ был реализован в [28], где предел структурного превращения определялся аналогично условному пределу текучести $\sigma_{0,2}$ при пластическом деформировании. Однако такой подход отличается низкой точностью, поскольку реальные диаграммы доориентации имеют скругление в точке перехода от упругого участка к диаграмме F_2 (точка B на рис. 2.1), причем характер этого перехода различен для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями. Первый способ, связанный с построением диаграмм F_1 и F_2, и предложенный в настоящей работе третий способ, предполагающий сопоставление диаграмм доориентации, могут быть использованы для нахождения и последующей проверки функции f на основе независимых экспериментов. В настоящем экспериментальном исследовании третий способ используется в качестве установочного эксперимента и первый – в качестве проверочного.

Подтверждением Гипотезы 1 для процесса дальнейшей переориентации при изотермическом силовом воздействии служит эффект перекрестного упрочнения. Этот эффект экспериментально исследовался в [14], где было показано, что диаграммы доориентации с разными начальными фазовыми деформациями выходят на единую кривую, практически совпадающую с диаграммой мартенситной неупругости F_2, что согласуется с теоретическим представлением раздела 2.2 и рис. 2.1. В настоящей работе эффект исследуется с точки зрения совпадения диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями, что ранее экспериментально показано не было. Выполнимость Гипотезы 1 в условиях обратного фазового превращения при нагреве ранее также не проверялась.

Первая серия экспериментов – установочная – посвящена определению функциональной зависимости f между эквивалентными напряжениями σ_1 и σ_2 из условия совпадения диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями, выполнение которого в то же время

служит иллюстрацией эффекта перекрестного упрочнения и подтверждением Гипотезы 1 для процесса переориентации при изотермическом силовом воздействии.

В рамках второй, проверочной, серии экспериментов определяются диаграммы F_1 и F_2 и проверяется их соответствие в осях эквивалентных напряжений (2.3) с учетом зависимости f, найденной из установочного эксперимента.

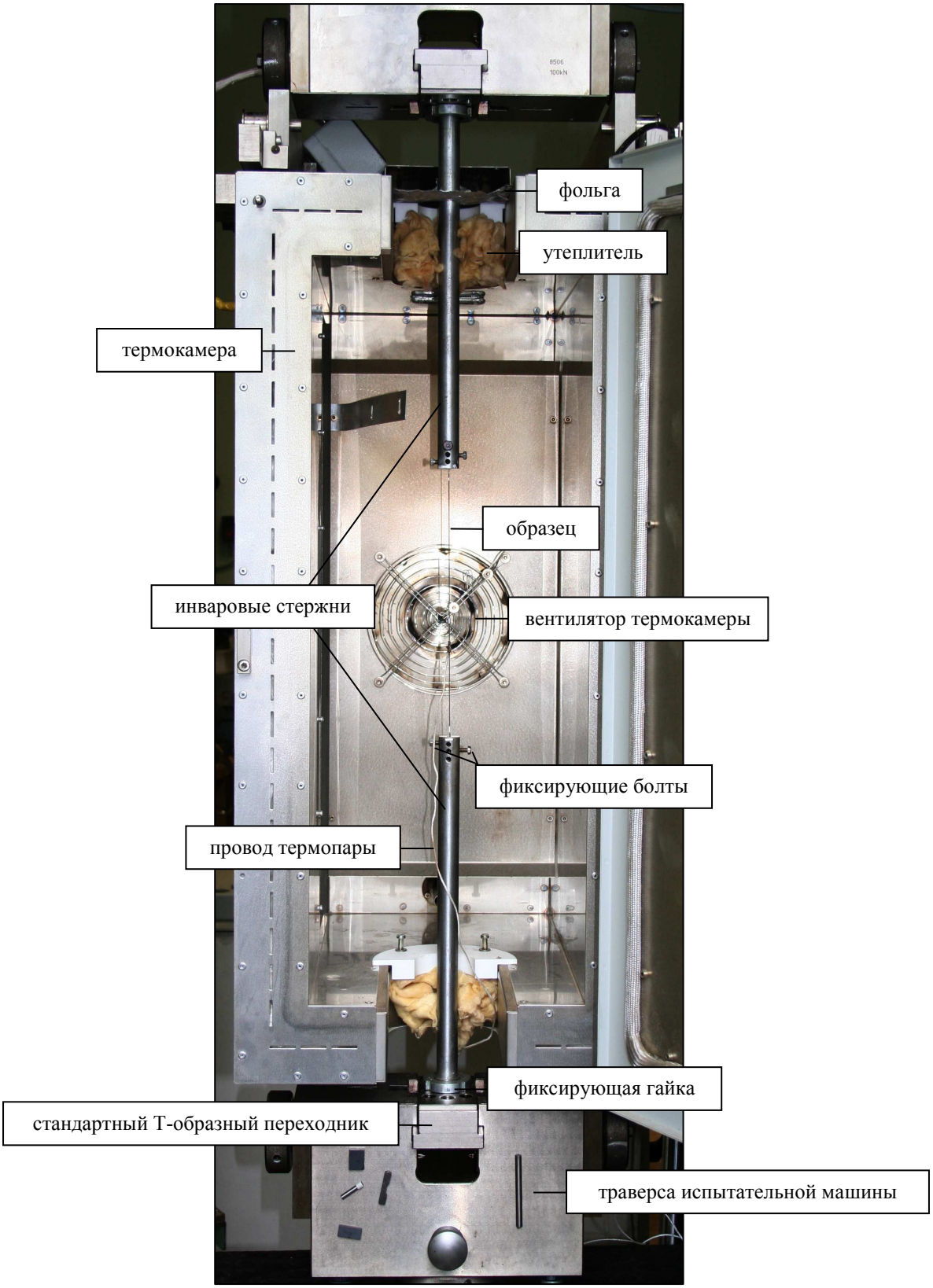
С целью проверки Гипотезы 1 для процессов последующего обратного превращения при термосиловом внешнем воздействии реализована третья серия испытаний, в ходе которой образцы с начальными фазовой и структурной деформациями, накопленными под действием эквивалентных напряжений, подвергаются обратному фазовому переходу в одинаковых условиях (нагреву под постоянной нагрузкой или с постоянной фиксированной деформацией).

2.3.2. Оборудование, материалы и методика эксперимента

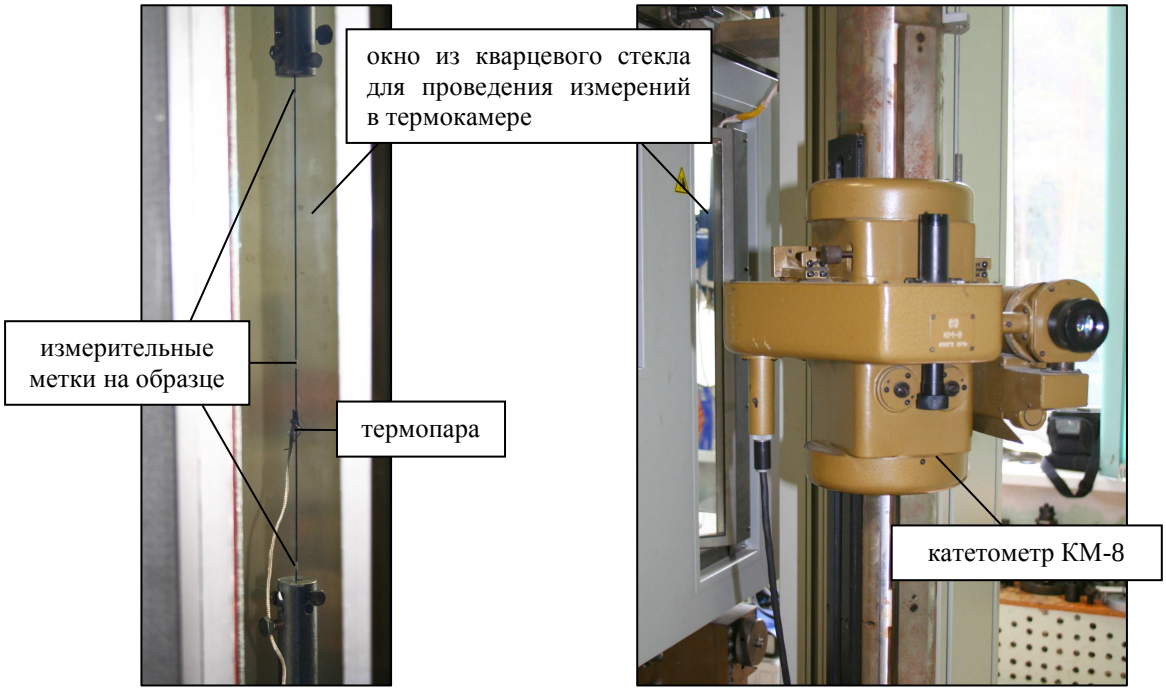
Исследовались проволочные образцы из никелида титана (55 вес. % никеля) диаметром 1 мм, изготовленные методом волочения без термической обработки (поставщик – ООО «Промышленный центр МАТЭК-СПФ»). Испытания проводились на разрывной машине *Zwick Z100/SN5A* с термокамерой, оснащенной вентилятором для обеспечения равномерности прогрева образца. Длина рабочей части образца составляла $300(\pm 5)$ мм, использование достаточно длинного образца позволило уменьшить погрешность измерения деформации. Схема установки представлена на рис. 2.2*а*.

Температура измерялась термопарой, закрепленной на образце, с точностью 0,1ºС. Для контроля вторая термопара была закреплена на стенке камеры, разность их показаний не превышала 2ºС во всем исследуемом диапазоне температур, что свидетельствует о равномерности прогрева камеры.

а)


фольга
утеплитель
термокамера
образец
инваровые стержни
вентилятор термокамеры
фиксирующие болты
провод термопары
фиксирующая гайка
стандартный Т-образный переходник
траверса испытательной машины

б)



в)



Рис. 2.2. Схема испытательной установки: вид спереди (*а*), вид сбоку (*б*). Конец инварового стержня, устанавливаемый в стандартный переходник траверсы (*в*)

Измерение деформации производилось по перемещению траверсы испытательной машины; для контроля в стационарных точках эксперимента деформация измерялась катетометром *КМ-8* через окно в термокамере по меткам непосредственно на образце (рис. 2.2*б*). Достигаемая точность измерений катетометром составляет 0,03 мм, что на измерительной базе 300 мм соответствует 0,01% от общей длины.

Применялись самодельные захваты для проволоки, изготовленные в виде стержней из инварового сплава, обладающего малым коэффициентом температурного расширения. Для отсечения теплового потока, выходящего из термокамеры, использовались фольга и утеплитель (см. рис. 2.2*а*). Чтобы обеспечить теплоизоляцию стандартного Т-образного переходника траверсы от нагреваемых в термокамере инваровых стержней, на концах стержней, устанавливаемых в переходник, с помощью болта закреплялась стальная муфта, имеющая воздушный зазор между цилиндрической поверхностью стержня (см. рис. 2.2*в*). Все эти меры позволили снизить влияние температурной деформации оснастки на результаты эксперимента.

В таблице 2.1 приведены расстояния между верхним и нижним захватами, измеренные катетометром по меткам на краях захватов в холодном и горячем состоянии на границах диапазона температур, реализуемого в испытаниях. Данные измерения проводились при фиксированном положении траверсы испытательной машины в отсутствие нагрузки, в этом случае относительные изменения расстояний между захватами представляют собой погрешность, вносимую в измерение деформации образца по траверсе от температурного расширения оснастки. Согласно приведенным в таблице результатам, эта погрешность не превышает 0,1%. Податливостью оснастки можно пренебречь, поскольку диаметр инваровых стержней (20 мм) намного превышает диаметр образца. Для того, чтобы полностью исключить погрешность от температурного расширения оснастки и от ее податливости, в стационарных точках эксперимента проводилось контрольное измерение деформации катетометром по меткам, нанесенным на образец. Для каждого испытания вычислялся поправочный

коэффициент, равный отношению значений деформации, измеренных катетометром и полученных по перемещению траверсы испытательной машины, на который затем умножались деформационные кривые, построенные по перемещению траверсы. Таким образом, благодаря введению поправок точностью измерения деформации в испытаниях может считаться измерительная точность катетометра, составившая 0,01%.

Таблица 2.1. Расстояния между краями захватов испытательной машины в холодном и горячем состоянии при фиксированном положении траверсы

№ измерения	расстояние, мм		Δ, %
	хол.	гор.	
1	319,72	319,55	0,053
2	321,05	320,85	0,062
3	311,18	310,96	0,071

Поскольку применялась испытательная машина с жестким типом нагружения, то при испытаниях в режиме поддержания постоянной нагрузки возникали колебания усилий, связанные с регулировкой перемещения траверсы. Чтобы уменьшить влияние колебаний на мартенситные превращения, во-первых, подбирался такой регулировочный коэффициент обратной связи, при котором колебания происходили с низкой частотой, а использование высокочувствительного датчика силы позволило уменьшить амплитуду колебаний. Во-вторых, проводились контрольные испытания с подвешенной к образцу гирей (мягкий тип нагружения). Сопоставление результатов этих измерений с результатами, полученными на испытательной машине при задании нагрузки, соответствующей весу гири, позволили сделать вывод о несущественности влияния колебаний нагрузки в испытательной машине на процессы фазовых переходов.

С целью устранения возможной фазово-структурной деформации образцы перед началом испытания нагревались до температуры 200°С, соответствующей

аустенитному состоянию материала. При этой же температуре проводилось измерение начальной длины образца под нагрузкой 100 МПа, обеспечивающей его выпрямление.

Испытания, связанные с изменением температуры, проводились в диапазоне от $T_A = 200(\pm 2)\,°\text{C}$ (аустенит) до $T_M = 10(\pm 2)\,°\text{C}$ (мартенсит), перекрывающем температурные интервалы как прямого, так и обратного мартенситных превращений при всех реализуемых в эксперименте значениях нагрузок. Нагрев проводился в термокамере с постоянной скоростью 2°С/мин, достаточно медленной для обеспечения равномерного прогрева образца. Охлаждение осуществлялось при помощи вентилятора за счет теплообмена с окружающей средой, температура которой устанавливалась меньшей или равной T_M. Скорость охлаждения ввиду отсутствия технической возможности не регулировалась, но среднее ее значение для температурного интервала прямого фазового перехода сопоставимо со скоростью нагрева.

Изотермические испытания проводились при комнатной температуре $T_0 = 25(\pm 2)\,°\text{C}$; скорость деформирования составляла 1 мм/мин (≈0,33%/мин по деформации). Этим измерениям предшествовал этап охлаждения образца от T_A до T_M (под нагрузкой или в свободном состоянии), гарантирующий полный переход материала в мартенситное состояние. Так как температура T_0 лежит ниже интервала обратного фазового превращения, то последующий нагрев от T_M до T_0 не приводил к образованию аустенитной фазы. После изотермического испытания вновь выполнялся нагрев до температуры T_A (под нагрузкой или в свободном состоянии), приводивший к снятию накопленной фазово-структурной деформации. Предполагалось, что мартенситная фаза и связанная с ней фазово-структурная деформация при T_A исчезают полностью, а оставшаяся деформация имеет пластическую природу и является необратимой. Поэтому измерение деформации образца при этой температуре и сопоставление ее с деформацией, измеренной в мартенситном состоянии, позволяло оценить величину

накапливаемой за цикл пластической деформации, а также величину восстанавливаемой фазово-структурной деформации.

Все испытания проводились на нетренированных образцах, для каждого измерения использовалось по три образца с целью определения статистического разброса. Осредненные диаграммы, приводимые далее на графиках, получены для изотермических испытаний (разделы 2.3.3 и 2.3.4, рис. 2.3–2.5) осреднением по деформации, для термомеханических (раздел 2.3.5) – осреднением по температуре на графиках зависимости деформации обратного фазового перехода от температуры (рис. 2.6) и по напряжениям на диаграммах реактивных напряжений (рис. 2.8). Доверительные интервалы, указанные на графиках, в таблицах и в тексте главы, приводятся для математического ожидания случайной величины с доверительным уровнем 90%, их ширина определяется формулой $2t_{\frac{1+z}{2},n-1}\cdot\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$, где x – случайная величина, $\bar{x}$ – ее среднее значение, n – число измерений, $z=0{,}9$ – доверительный уровень, $t_{\frac{1+z}{2},n-1}$ – квантиль распределения Стьюдента, составляющий 2,92 при $n=3$.

2.3.3. Эффект перекрестного упрочнения и определение эквивалентных напряжений. Установочный эксперимент

Целью первой серии экспериментов являлось определение функциональной зависимости эквивалентных напряжений f на основании сопоставления диаграмм доориентации образцов, получаемых при реализации эффекта перекрестного упрочнения. Для этого на испытательной машине осуществлены два процесса однородного фазового деформирования, описанные в разделе 2.2. В первом случае образец охлаждался из аустенитного состояния под действием постоянного напряжения σ_1, принимавшего в разных испытаниях три значения: 120, 250 и 350 МПа. Затем, после разгрузки в мартенситном состоянии, при

комнатной температуре T_0 производилось нагружение образца до 600 МПа с последующей разгрузкой с целью получения диаграммы доориентации. Во втором процессе после охлаждения в свободном состоянии (для образования структуры хаотического мартенсита) образец растягивался до напряжения σ_2, после чего производилась разгрузка и так же, как и в предыдущем случае, растяжение до 600 МПа с последующей разгрузкой. Значение напряжения σ_2 подбиралось итеративно из следующих условий, послуживших критериями эквивалентности: 1) совпадение диаграмм доориентации, получаемых на этапе растяжения до 600 МПа, для двух процессов; 2) равенство структурной деформации, накопленной в двух процессах за этот этап. Совпадение диаграмм и равенство деформаций достигалось в пределах допустимой точности, определяемой шириной доверительных интервалов.

В результате экспериментального подбора нагрузок было установлено, что для напряжений $\sigma_1 = 120$, 250 и 350 МПа перечисленным критериям удовлетворяют значения $\sigma_2 = 220$, 350 и 450 МПа соответственно, т.е. во всех случаях на 100 МПа выше. В связи с этим можно предложить следующий вид зависимости f, соответствующий эквидистантному расположению двух диаграмм:

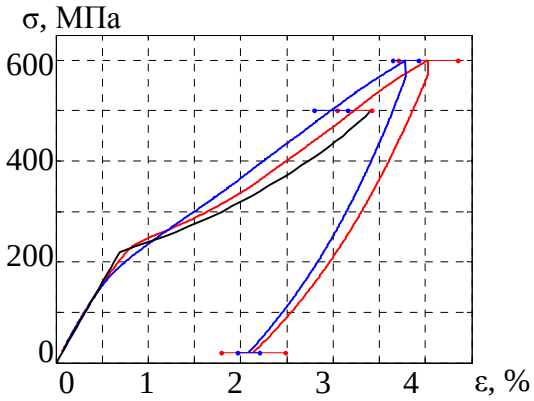
$$f(\sigma_1) = \sigma_1 + \sigma_{s0}^{st}, \tag{2.4}$$

где начальный предел структурного превращения $\sigma_{s0}^{st} = 100$ МПа.

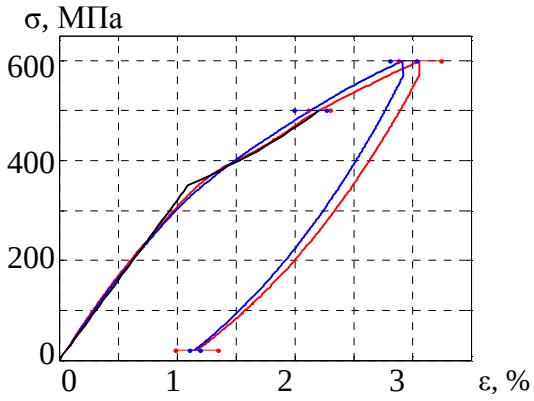
Сравнительные диаграммы доориентации для двух процессов приведены на рис. 2.3 для разных уровней эквивалентных напряжений. В первом процессе образец содержит начальную фазовую деформацию, во втором – структурную, но для удобства сравнения начальные точки диаграмм совмещены на графиках. Величины начальных деформаций близки для двух процессов, оценить их позволяют ординаты диаграмм прямого превращения для начальной фазовой и мартенситной неупругости – для начальной структурной деформаций при соответствующих значениях σ_1. Эти диаграммы представлены далее в разделе

2.3.4 (см. рис. 2.4 и табл. 2.3). В целом можно отметить качественное соответствие диаграмм доориентации, что связано с проявлением эффекта перекрестного упрочнения. Доверительные интервалы, нанесенные на графиках для уровней напряжений $\sigma_{изм.}$ 500 и 600 МПа на этапе нагружения и 20 МПа на этапе разгрузки, перекрываются, что свидетельствует о выполнении первого критерия эквивалентности. Значения деформаций для трех испытываемых образцов и ширины доверительных интервалов в точках эксперимента $\sigma_{изм.}$ приведены также в таблице 2.2.

а) $\sigma_1 = 120$ МПа, $\sigma_2 = 220$ МПа



б) $\sigma_1 = 250$ МПа, $\sigma_2 = 350$ МПа



в) $\sigma_1 = 350$ МПа, $\sigma_2 = 450$ МПа

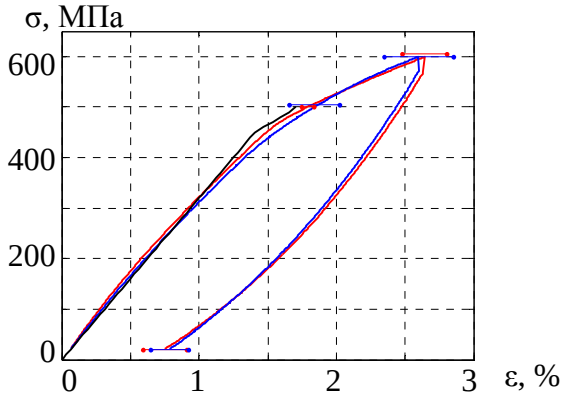


Рис. 2.3. Диаграммы доориентации образцов с начальными фазовой (синий) и структурной (красный) деформациями. Отрезки – доверительные интервалы; черная линия – теоретическое описание

Таблица 2.2. Значения деформаций, %, для трех образцов с начальными фазовой и структурной деформациями на диаграммах доориентации в точках эксперимента $\sigma_{изм.}$

σ_1, МПа	тип начальной деформации	№ образца	$\sigma_{изм.}$, МПа		
			500	600	20
120	фазовая	1	3,07	3,88	2,12
		2	2,86	3,71	2,10
		3	2,99	3,78	2,00
		среднее	2,97±0,18	3,79±0,14	2,07±0,11
	структурная	1	3,06	3,85	1,96
		2	3,29	4,23	2,35
		3	3,16	4,02	2,10
		среднее	3,17±0,18	4,03±0,32	2,13±0,34
250	фазовая	1	2,20	2,99	1,17
		2	2,05	2,85	1,15
		3	2,14	2,93	1,12
		среднее	2,13±0,14	2,92±0,11	1,14±0,05
	структурная	1	2,15	2,94	1,05
		2	2,22	3,16	1,28
		3	2,25	3,11	1,18
		среднее	2,20±0,09	3,07±0,18	1,17±0,18
350	фазовая	1	1,90	2,70	0,83
		2	1,71	2,43	0,69
		3	1,90	2,67	0,81
		среднее	1,83±0,18	2,60±0,25	0,77±0,14
	структурная	1	1,76	2,55	0,66
		2	1,79	2,73	0,85
		3	1,81	2,67	0,74
		среднее	1,78±0,05	2,65±0,16	0,75±0,16

Деформация, остающаяся в образцах после разгрузки, измерялась при напряжении 20 МПа. Как видно из диаграмм рис. 2.3 и таблицы 2.2, ее величина для двух процессов практически совпадает (доверительные интервалы перекрываются, максимальное различие в средних значениях составляет 3,9%). Однако здесь необходимо отметить следующее. Кроме обратимой упругой и накапливаемой структурной составляющих деформации, в образце присутствует

и пластическая деформация, вызванная локальными напряжениями, которые возникают при перестройке кристаллической решетки в процессе фазовых и структурных превращений и могут превышать предел текучести материала [35, 124]. Для измерения суммарной пластической деформации, накапливаемой за цикл «Охлаждение – Изотермическое деформирование – Нагрев», необходимо сравнить деформацию образца в аустенитном состоянии до и после цикла нагружения. В настоящей серии испытаний она составляла во всех циклах порядка 0,5%. Однако оценить, какая доля этой деформации была накоплена на этапе изотермического деформирования, а какая – в процессах охлаждения и нагрева, не представляется возможным, поскольку после изотермической разгрузки в мартенситном состоянии в образце остаются и фазово-структурная, и пластическая составляющие деформации. Так, остаточная деформация на диаграммах рис. 2.3 включает и структурную, и пластическую составляющие. Но равенство этой деформации для двух процессов дает основание предположить и равенство ее составляющих (пластической и структурной) в этих процессах. Таким образом, и второй критерий эквивалентности можно считать выполненным для данной серии экспериментов.

На всех трех графиках переход от начально-упругого участка к более пологому участку накопления структурной деформации для первого процесса (после фазового деформирования) имеет более сглаженный характер, чем для второго (после структурного деформирования). В связи с этим метод определения эквивалентного напряжения аналогично условному пределу текучести $\sigma_{0,2}$ по диаграммам доориентации для двух процессов привел бы к результатам, отличающимся от полученных здесь и не удовлетворяющим введенным критериям эквивалентности. На графиках рис. 2.3 нанесены также теоретические кривые (черная ветвь), построение которых будет описано в разделе 2.3.4. Установлено, что никелид титана обладает реономными свойствами [128], о чем свидетельствует наличие вертикального участка в верхней точке диаграмм деформирования рис. 2.3 – релаксации напряжений при остановке с

фиксированной деформацией на 300 с. Отклонение диаграммы от линейно-упругой на этапе разгрузки также может объясняться проявлением эффекта обратной ползучести.

После изотермического нагружения до 600 МПа и разгрузки образцы во всех испытаниях нагревались до первоначальной температуры T_A, соответствующей аустенитному состоянию, и измерялась восстанавливаемая фазово-структурная деформация. Для разных значений σ_1 ее средняя для испытываемых образцов величина составила: при $\sigma_1 = 0$ (хаотический мартенсит) $\varepsilon_{phst} = 4{,}55\%$, $\sigma_1 = 120$ МПа – 4,79%, $\sigma_1 = 250$ МПа и 350 МПа – 5,11%. В рассматриваемом процессе полная фазово-структурная деформация состоит из фазовой, образующейся при охлаждении образца под напряжением σ_1 и включающей объемную составляющую ε_V, и структурной, накапливаемой при последующем изотермическом деформировании до напряжения 600 МПа. Чем больше σ_1, тем больше фазовая доля в суммарной фазово-структурной деформации образцов. Полученные данные свидетельствуют о возрастании полной фазово-структурной деформации при увеличении в ней фазовой доли и уменьшении структурной, но разброс значений достаточно мал (для четырех рассмотренных величин σ_1 среднее значение фазово-структурной деформации, накапливаемой за этапы охлаждения и последующего структурного деформирования, составляет 4,89±0,28%). Согласно изложенному в разделе 2.2 теоретическому представлению, при изотермическом нагружении все мартенситные элементы претерпевают переориентацию начиная с эквивалентного напряжения σ_2, и в конечной точке процесса при напряжении 600 МПа, во всех случаях превышающем значение σ_2, имеют одинаковую степень ориентированности независимо от величины σ_1. Это означает, что и накопленная фазово-структурная деформация также должна быть одинаковой (согласно Утверждению). Поэтому для дальнейших теоретических исследований будем пользоваться ее средней для четырех рассмотренных случаев величиной 4,89%.

По диаграмме доориентации после предварительного структурного деформирования образца до 450 МПа (рис. 2.3*в*, красная ветвь), как имеющей наиболее протяженный упругий участок, определен модуль упругости материала в мартенситном состоянии, составивший 36 ГПа, что близко к известному из литературы значению 33 ГПа [129]. Для определения использовалась линейная аппроксимация экспериментальных данных в диапазоне напряжений до 200 МПа, реализованная с помощью метода наименьших квадратов. Начальные упругие участки теоретических диаграмм (черные линии на рис. 2, пояснение к их построению дано в разделе 2.3.4), полученные с использованием найденного модуля упругости по закону Гука $\sigma = E_M \varepsilon_e$, демонстрируют хорошее согласование с экспериментальными данными для всех трех уровней начальных нагрузок.

2.3.4. Диаграммы прямого превращения и мартенситной неупругости. Проверочный эксперимент

Вторая серия экспериментов посвящена определению диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости и их сопоставлению в осях эквивалентных напряжений с учетом функциональной зависимости f, найденной из установочного эксперимента.

Для получения диаграммы прямого превращения образец охлаждался в диапазоне температур от T_A до T_M под постоянной нагрузкой σ_1, принимавшей в разных испытаниях значения 120, 250 и 350 МПа. После разгрузки в мартенситном состоянии производился нагрев образца до первоначальной температуры T_A и измерялась восстанавливаемая фазовая деформация. Такой способ измерения позволяет выделить из накапливаемой за этап охлаждения деформации чисто фазовую составляющую, которая является обратимой. Если измерять деформацию непосредственно после разгрузки в мартенситном состоянии, есть вероятность наряду с фазовой составляющей учесть необратимую

пластическую деформацию, накопление которой возможно при прямом мартенситном превращении.

Таким образом были получены три точки диаграммы прямого превращения, содержащие объемную и девиаторную составляющие фазовой деформации. Здесь необходимо отметить следующее. Теоретическое представление в разделе 2.2 изложено для образцов, не обладающих текстурированностью и, следовательно, не проявляющих обратимый эффект памяти формы (накопление и возврат девиаторной составляющей фазовой деформации $e_{ОЭПФ}$ при термоциклировании без нагрузки). Испытываемые проволочные образцы обладают текстурой в направлении волочения, поэтому при охлаждении без нагрузки помимо объемной составляющей деформации ε_V в них накапливается деформация $e_{ОЭПФ}$ в направлении волочения. Обозначим за $\varepsilon_0 = \varepsilon_V + e_{ОЭПФ}$ осевую компоненту фазово-структурной деформации, накапливаемую в образце в процессе охлаждения без нагрузки, тогда соотношение (2.1) будет иметь вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_V + e_{phst} = \varepsilon_e + \varepsilon_0 + \left(e_{phst} - e_{ОЭПФ}\right).$$

По результатам измерений, для испытываемых образцов деформация ε_0 составила 0,3%, однако выделить чисто объемную составляющую этой деформации в данном типе испытаний не представляется возможным. По данным [130], деформация ε_V для никелида титана равна 0,34% (величина положительная при охлаждении), что сопоставимо с измеренным значением ε_0. Это позволяет предположить, что доля деформации обратимого эффекта памяти формы $e_{ОЭПФ}$ в деформации ε_0 незначительна, и ее величиной, а также влиянием текстурированности образцов на результаты испытаний можно пренебречь.

На графике рис. 2.4 и в Таблице 2.3 полученные экспериментально три точки диаграммы прямого превращения представлены за вычетом начальной фазовой деформации ε_0. Начальная точка диаграммы соответствует нулю по деформациям и напряжениям, так как при охлаждении в отсутствие нагрузки фазовая деформация равна ε_0.

В качестве диаграммы мартенситной неупругости обычно приводят диаграмму деформирования образца из состояния хаотического мартенсита за вычетом упругой составляющей деформации ε_e [26] (согласно (2.1), деформация, накапливаемая при изотермическом растяжении хаотического мартенсита, складывается только из e_{phst} и ε_e). Однако такой способ не позволяет отделить чисто структурную составляющую деформации от имеющихся в образце пластической деформации и деформации ползучести, последняя из которых обусловливает также зависимость вида кривой от скорости нагружения. Поэтому диаграмма мартенситной неупругости строилась следующим образом. Образец из состояния хаотического мартенсита нагружался до напряжения σ_2, принимавшего в разных испытаниях значения 220, 350 и 450 МПа, эквивалентные напряжениям σ_1 в испытаниях на прямое превращение. Затем после разгрузки производился нагрев в свободном состоянии до температуры T_A и измерялась восстанавливаемая фазово-структурная деформация, фазовая составляющая в которой равна начальной деформации ε_0. Верхняя точка на диаграмме взята из серии испытаний раздела 2.3 для случая растяжения образца до напряжения 600 МПа из состояния хаотического мартенсита $(\sigma_1 = 0)$, восстанавливаемая деформация в котором составила 4,55%. На графике рис. 2.4 и в таблице 2.3 эти точки представлены за вычетом начальной деформации ε_0 в осях эквивалентных напряжений σ_1. Согласно теоретическим представлениям, начальная точка диаграммы мартенситной неупругости $e_{st} = 0$ соответствует начальному пределу структурного превращения $\sigma_2 = \sigma_{s0}^{st} = 100$ МПа, который совпадает с нулем на оси эквивалентного напряжения σ_1.

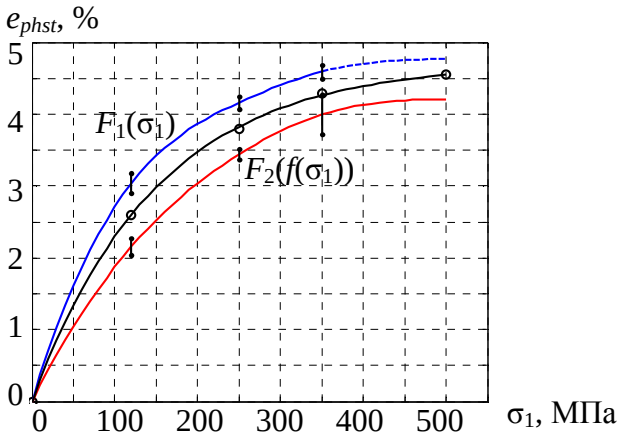


Рис. 2.4. Экспериментальные диаграммы прямого превращения (синий) и мартенситной неупругости (красный) относительно напряжения σ_1. Отрезки – доверительные интервалы; кружки – средние для двух диаграмм экспериментальные значения; черная линия – средняя диаграмма (2.5)

Таблица 2.3. Значения фазовой и структурной деформаций e_{phst}, %, для трех образцов на диаграммах прямого превращения и мартенситной неупругости в точках эксперимента σ_1

тип деформации	№ образца	σ_1, МПа			
		120	250	350	500
фазовая	1	3,16	4,26	4,70	–
	2	3,07	4,17	4,61	–
	3	3,00	4,17	4,59	–
	среднее	3,08±0,14	4,20±0,09	4,63±0,09	–
структурная	1	2,27	3,46	3,86	4,73
	2	2,15	3,45	4,06	4,45
	3	2,16	3,53	4,19	–
	среднее	2,19±0,11	3,48±0,07	4,04±0,28	4,59

На рис. 2.4 представлены экспериментально полученные диаграммы прямого превращения $F_1(\sigma_1)$ и мартенситной неупругости $F_2(f(\sigma_1))$ со сплайн-аппроксимацией экспериментальных точек. Качественно диаграммы аналогичны, однако количественно деформация прямого превращения превышает деформацию мартенситной неупругости, что свидетельствует о невыполнении равенства (2.3),

предполагающего совпадение этих диаграмм. Вообще говоря, процессы фазового и структурного деформирования, как соответствующие различным механизмам перестройки кристаллической решетки, на микроструктурном уровне не являются эквивалентными: в частности, они вызывают различное распределение внутренних напряжений, поэтому Гипотеза 1, предполагающая тождественность этих процессов на макромеханическом уровне, не может выполняться в точности. Так, единая кривая, на которую выходят диаграммы доориентации в эксперименте работы [14], расположена на некотором расстоянии от диаграммы F_2 и может считаться совпадающей с ней лишь с некоторым допущением. Также и функция f, определенная в настоящей работе из условия совпадения диаграмм доориентации для эквивалентных напряжений, не может с такой же точностью удовлетворить условию (2.3) совпадения диаграмм $F_1(\sigma_1)$ и $F_2(f(\sigma_1))$. С другой стороны, определение этой функции через диаграммы F_1 и F_2, согласно соотношению (2.2), привело бы к расхождению в соответствующих диаграммах доориентации. Для решения этой проблемы можно предложить определять две частные функции $f_{уст}$ и $f_{пров}$ из независимых экспериментов установочной и проверочной серий, а для дальнейших расчетов использовать функцию f, среднюю для двух полученных. Построенная таким образом средняя функция будет удовлетворять условиям обоих экспериментов с меньшей точностью, чем частные функции для каждого из них, но с большей, чем $f_{уст}$ для проверочного и $f_{пров}$ – для установочного экспериментов. В настоящей работе используется другой способ: для двух графиков $F_1(\sigma_1)$ и $F_2(f(\sigma_1))$ вводится средняя функция $F(\sigma_1)$ (черная линия на рис. 2.4), построенная по средним экспериментальным точкам и аппроксимированная зависимостью (2.5) (см. ниже). Верхняя точка диаграммы соответствует полученной в разделе 2.3.3 средней восстанавливаемой деформации 4,89% за вычетом ε_0, накапливаемой в образцах в процессе охлаждения под различными постоянными напряжениями и последующего растяжения в мартенсите до напряжения 600 МПа, эквивалентного $\sigma_1 = 500$ МПа.

Поскольку в этой деформации присутствуют как структурная, так и фазовая компоненты, то ее значение должно лежать между диаграммами мартенситной неупругости и прямого превращения и может считаться средним для этих диаграмм. Введенная таким образом средняя зависимость $e_{phst} = F(\sigma_1)$ приближенно описывает диаграммы мартенситной неупругости и прямого превращения. Все три диаграммы, представленные на рис. 2.4, имеют асимптотический характер, что свидетельствует об ограниченности фазово-структурной деформации.

В качестве аппроксимирующей функции $F(\sigma_1)$ используется соотношение, предложенное в [13] для определения приращений фазовой и структурной деформаций:

$$F(\sigma_1) = (1 - \exp(-\sigma_1 / \sigma_0)) \cdot e_{phst}^{\max}, \qquad (2.5)$$

где σ_0 и $e_{phst}^{\max}$ – константы материала, значения которых найдены методом наименьших квадратов из аппроксимации средних экспериментальных данных рис. 2.4: $\sigma_0 = 150$ МПа, $e_{phst}^{\max} = 4{,}7\%$.

На рисунке 2.5 приведена экспериментальная диаграмма деформирования образца из состояния хаотического мартенсита (синяя линия), имеющего начальную деформацию ε_0, не входящую в полученную кривую. Помимо упругой и структурной деформации, которая в данном случае равна осевой компоненте девиатора тензора фазово-структурной деформации e_{phst}, диаграмма содержит пластическую деформацию и деформацию ползучести. Рядом с диаграммой нанесены данные испытаний на мартенситную неупругость с добавлением упругой составляющей деформации $\varepsilon_e = \sigma / E_M$ (красные точки на графике), так что суммарная деформация, соответствующая этим точкам, включает упругую составляющую и осевую компоненту девиатора тензора фазово-структурной деформации: $\varepsilon_e + e_{phst}$. Отклонение диаграммы деформирования от данных эксперимента на мартенситную неупругость объясняется наличием в ней пластической деформации и деформации ползучести, которые накапливаются

особенно интенсивно при напряжениях выше 500 МПа. Поэтому, ограничиваясь теоретическим учетом только упругой и фазово-структурной составляющих деформации (соотношение (2.1)), возможно достоверно описать диаграммы деформирования рассматриваемого материала при нагрузках до 500 МПа.

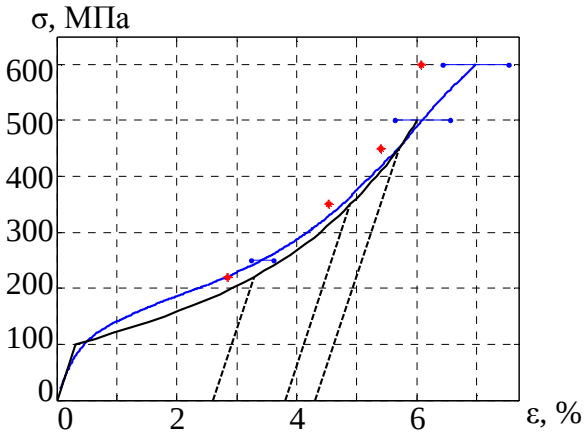


Рис. 2.5. Экспериментальная диаграмма деформирования хаотического мартенсита (синяя линия), ее теоретическое описание (черная линия). Красные точки – результаты испытаний на мартенситную неупругость с добавлением упругой деформации ε_e; отрезки – доверительные интервалы

Согласно теоретическим представлениям раздела 2.2, рассматриваемая диаграмма деформирования может быть описана функцией $F\left(f^{-1}(\sigma_2)\right)$ с добавлением упругой составляющей деформации ε_e (черная линия на графике). В диапазоне напряжений до 500 МПа наблюдается хорошее согласование экспериментальных и теоретических данных. Отклонение начального участка экспериментальной диаграммы от предписываемого моделью линейно-упругого указывает на то, что структурная деформация начинает накапливаться в образце и при напряжениях ниже σ_{s0}^{st}, но с небольшой интенсивностью (как отмечается в [79], диаграмма мартенситной неупругости для никелида титана вообще не имеет начально-упругого участка). Хорошее согласование результатов эксперимента и теоретической кривой свидетельствует о применимости материальных функций вида (2.4) и (2.5) к описанию процессов фазово-структурного деформирования во

всем рассматриваемом диапазоне напряжений, несмотря на то, что параметры этих функций были определены на основании экспериментальных данных только для трех значений напряжений.

Представленные в разделе 2.3.3 диаграммы доориентаци с разными отличными от нуля начальными фазовой и структурной деформациями описываются участками той же теоретической кривой рис. 2.5, начальные точки которых строятся упругой разгрузкой от соответствующих напряжений $\sigma_2 = 220$, 350 и 450 МПа (пунктирные линии). Аналогично случаю пластического деформирования упрочняющегося материала с промежуточной разгрузкой, полученные таким образом диаграммы содержат два участка: начальный линейный, соответствующий накоплению упругой деформации, и последующий нелинейный, связанный с развитием структурной деформации и выходящий на единую диаграмму деформирования хаотического мартенсита. Теоретические диаграммы нанесены на графиках рис. 2.3 для сопоставления с экспериментальными данными; можно отметить их качественное и количественное соответствие.

Несмотря на значительное количественное расхождение экспериментальных диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости (рис. 2.4), с помощью средней для них функции F удалось достоверно описать диаграммы доориентации (рис. 2.3) и деформирования образцов из состояния хаотического мартенсита (рис. 2.5) в диапазоне нагрузок, не вызывающих интенсивного развития пластической деформации и деформации ползучести (до 500 МПа). Таким образом, результаты двух независимых серий испытаний демонстрируют наличие взаимосвязи между материальными функциями F_1, F_2 и f и подтверждают достоверность их определения. Совпадение диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями, сформированными под действием эквивалентных напряжений, служит иллюстрацией эффекта перекрестного упрочнения и свидетельствует о выполнении Гипотезы 1 в случае последующего структурного превращения при

изотермическом воздействии во всем реализуемом в испытаниях диапазоне нагрузок.

2.3.5. Обратное мартенситное превращение после предварительного фазового и структурного деформирования

В рамках третьей серии испытаний осуществляется проверка Гипотезы 1 об идентичности процессов деформирования образцов с начальными фазовой и структурной деформациями при последующем обратном фазовом переходе. С этой целью для таких образцов получены термомеханические диаграммы обратного превращения, осуществляемого в одинаковых условиях (с одинаковой нагрузкой/деформацией и скоростью нагрева), критерием при сопоставлении которых могут служить температурные границы перехода A_s (начало) и A_f (окончание).

В первой группе термомеханических испытаний образцы с начальной фазовой и структурной деформациями, накопленными описанным в разделе 2.3.3 способом при эквивалентных напряжениях σ_1 и σ_2, нагревались под постоянной нагрузкой, равной σ_1. Исследовались три уровня напряжений: $\sigma_1 = 120$, 250 и 350 МПа ($\sigma_2 = 220$, 350 и 450 МПа соответственно). На рис. 2.6 приведены полученные при этом экспериментальные термомеханические кривые; по оси ординат отложено отношение фазово-структурной деформации к максимальной восстанавливаемой деформации цикла, которое в случае однородного фазового деформирования совпадает с объемной долей исчезающей мартенситной фазы q.

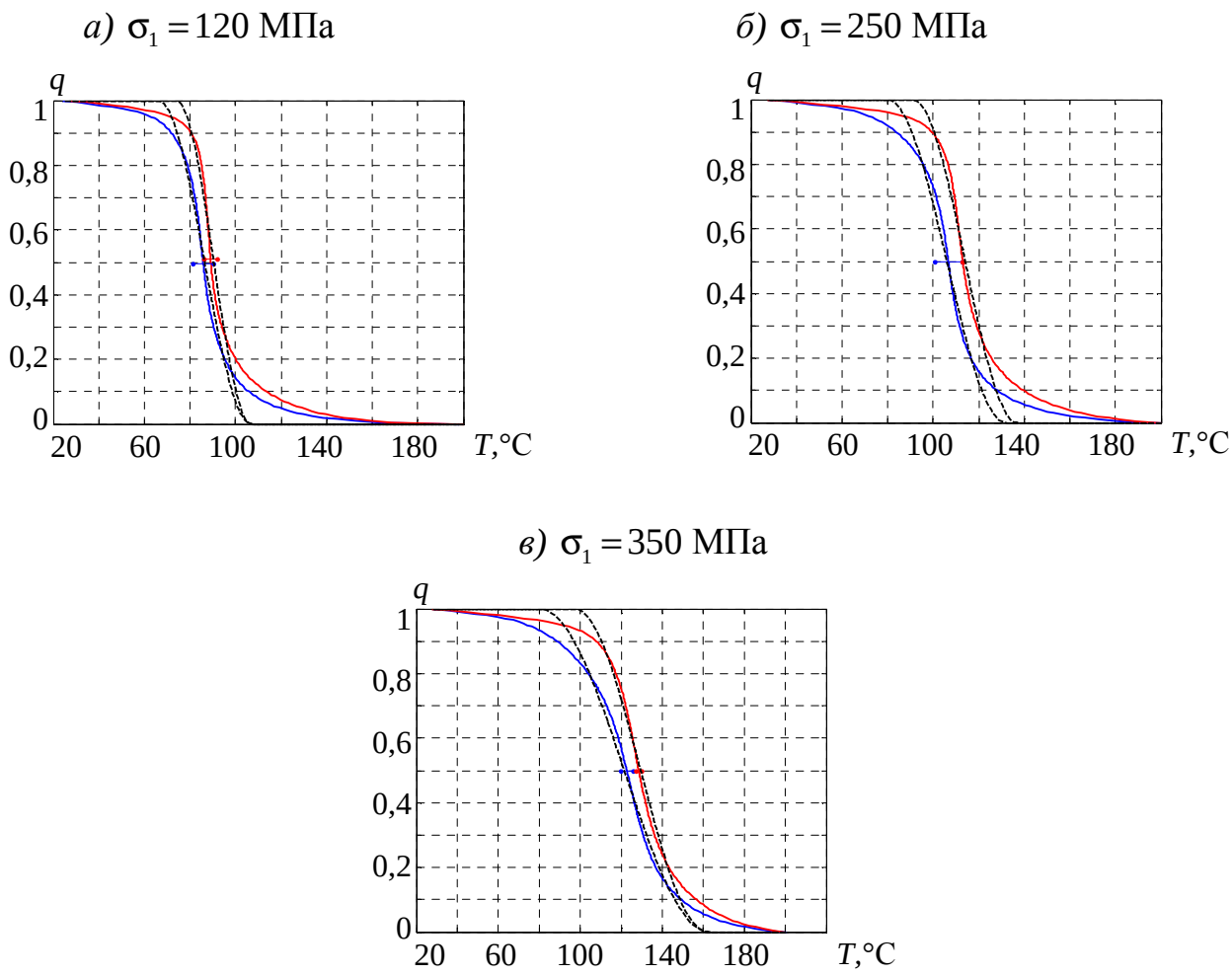


Рис. 2.6. Термомеханические диаграммы нагрева образцов с начальными фазовой (синий) и структурной (красный) деформациями. Отрезки – доверительные интервалы; пунктир – аппроксимация соотношением (2.6)

Для определения температур A_s и A_f методом наименьших квадратов реализована аппроксимация представленных зависимостей следующим выражением, предложенным в [131]:

$$q = \begin{cases} 0, & \xi \le 0, \\ (1-\cos(\pi\xi))/2, & 0 < \xi < 1, \\ 1, & \xi \ge 1; \end{cases} \qquad \xi = 1 + \frac{A_s - T}{A_f - A_s}. \tag{2.6}$$

Результаты аппроксимации приведены на рис. 2.6, а полученные температуры перехода представлены в таблице 2.4. Можно отметить, что верхние границы интервала превращения A_f примерно одинаковы для обоих способов задания

начальной деформации, а нижние – A_s – выше (с разницей до 17°C) для образцов с начальной структурной деформацией, чем с фазовой. В таблице 2.4 и на рис. 2.6 также приведены ширины доверительных интервалов $\Delta_{q=0,5}$ для температур, соответствующих q=0,5, по трем образцам. Для образцов с начальной структурной деформацией они значительно меньше, что свидетельствует о большей стабильности обратного фазового перехода после структурного деформирования.

Таблица 2.4. Температуры обратного фазового перехода под постоянным напряжением σ_1 для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями

σ_1, МПа	Начальная фазовая деформация			Начальная структурная деформация		
	A_s, °C	A_f, °C	$\Delta_{q=0,5}$, °C	A_s, °C	A_f, °C	$\Delta_{q=0,5}$, °C
120	66	107	9,27	74	107	5,76
250	80	132	11,88	91	137	0,34
350	80	163	6,33	97	162	2,57

В рамках второй группы термомеханических экспериментов производился нагрев образцов под нагрузкой 120 МПа сразу после испытаний, описанных в разделе 2.3.3, в ходе которых растяжением до 600 МПа образцам была сообщена одинаковая (в среднем) фазово-структурная деформация, но с разной долей в ней фазовой деформации: чем больше напряжение σ_1, под которым осуществлялось предварительное охлаждение, тем больше фазовая составляющая деформации. Полученные термомеханические кривые для процесса обратного превращения при разных значениях σ_1 представлены на рис. 2.7. Граничные температуры превращения найдены также аппроксимацией экспериментальных зависимостей соотношением (2.6), их значения приведены в таблице 2.5. Видно, что начальная температура перехода A_s снижается с ростом фазовой составляющей деформации

при увеличении σ_1, тогда как температура завершения перехода A_f остается примерно на одном уровне (за исключением случая при $\sigma_1 = 350$ МПа). Это подтверждает полученную в предыдущей серии испытаний закономерность, что наличие структурной деформации существенно повышает температуру A_s и практически не влияет на A_f. В таблице также приведены ширины доверительных интервалов $\Delta_{q=0,5}$ по трем образцам для каждого значения σ_1.

Таблица 2.5. Температуры обратного фазового перехода под постоянным напряжением 120 МПа для образцов с начальной фазово-структурной деформацией

σ_1, МПа	A_s, °C	A_f, °C	$\Delta_{q=0,5}$, °C
0	96	115	8,95
120	94	113	0,67
250	87	114	3,83
350	76	126	1,06

Третья группа испытаний представляла собой эксперимент на развитие реактивных напряжений. Предварительно образец охлаждался из аустенитного состояния под нагрузкой σ_1=350 МПа (для задания начальной фазовой деформации) или растягивался из состояния хаотического мартенсита до эквивалентного σ_1 напряжения $\sigma_2 = 450$ МПа (для задания начальной структурной деформации). Затем в обоих случаях после снятия предварительной нагрузки образец в мартенситном состоянии снова нагружался напряжением 350 МПа, после чего фиксировалась его деформация и производился нагрев в заневоленном состоянии. Полученные зависимости реактивных напряжений от температуры приведены на рис. 2.8, на котором представлены также доверительные интервалы по напряжениям для температуры 120°C и для максимальных напряжений. В данном случае температура A_s начала обратного перехода определялась графически как точка пересечения касательных к начальному и среднему

участкам диаграмм (см. рис. 2.8). Температура окончания перехода A_f устанавливалась как соответствующая максимальному реактивному напряжению. Значения A_s и A_f составили 84°C и 187°C для начальной фазовой и 107°C и 190°C для начальной структурной деформаций. С этими температурами соотносятся напряжения 394 МПа и 715 МПа для начальной фазовой и 397 МПа и 695,5 МПа для начальной структурной деформации. Здесь, как и в двух предыдущих сериях, температура A_s значительно ниже для образцов с начальной фазовой деформацией, чем со структурной, а разница в значениях A_f для этих случаев несущественна. Напряжения начала обратного фазового перехода также практически совпадают, а для максимальных напряжений, соответствующих окончанию обратного перехода, перекрываются доверительные интервалы (см. рис. 2.8). Наблюдаемое падение реактивных напряжений при температурах выше A_f объясняется процессами пластического течения вследствие достижения аустенитного предела текучести, который для никелида титана составляет приблизительно 720 МПа [3].

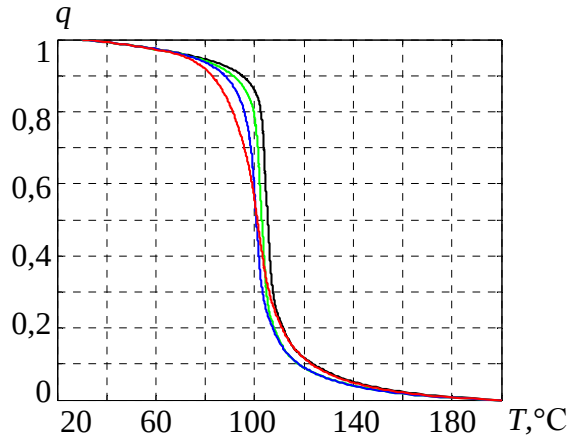


Рис. 2.7. Термомеханические диаграммы нагрева образцов с начальной фазово-структурной деформацией для разных значений σ_1: 0 (черный), 120 (зеленый), 250 (синий) и 350 (красный) МПа

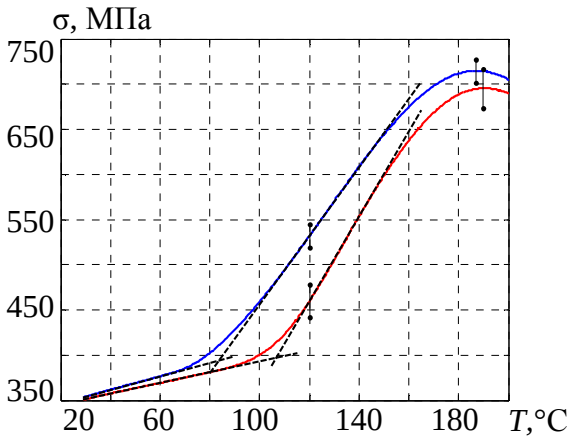


Рис. 2.8. Диаграммы развития реактивных напряжениий в образцах с начальными фазовой (синий) и структурной (красный) деформациями. Отрезки – доверительные интервалы

По результатам трех видов термомеханических испытаний можно сделать следующий вывод. Температура окончания обратного превращения A_f практически не зависит от природы восстанавливаемой деформации (фазовой или структурной). Однако наличие структурной деформации значительно повышает температуру начала обратного превращения A_s по сравнению с фазовой, причем разница температур тем больше, чем выше напряжение прямого фазового перехода σ_1. При $\sigma_1 = 350$ МПа разница в A_s составляет порядка 20°С, что в некоторых случаях сопоставимо с шириной температурного интервала перехода.

По свидетельству некоторых исследований [124, 132], тип мартенситной текстуры после переориентации мартенситных ячеек совпадает с типом текстуры, формирующейся при ориентированном росте мартенситных кристаллов при фазовом переходе из аустенитного состояния. Однако на микроуровне мартенситная структура, формирующаяся из аустенитной фазы в процессе прямого перехода, отличается от той, что образуется после переориентации ячеек уже сформировавшейся мартенситной фазы в результате структурного превращения. Этим, в частности, объясняется и разность полей внутренних напряжений, вызывающая различие в температурах обратного фазового перехода: структурное превращение, связанное с перестройкой сформировавшейся мартенситной структуры, увеличивает эти напряжения. Наблюдаемая в экспериментах разница температур A_s и практическое совпадение A_f для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями позволяет предположить, что внутренние напряжения, вызванные предварительным структурным деформированием и приводящие к возрастанию A_s, релаксируют в процессе обратного мартенситного перехода и на температуру окончания A_f уже не влияют. Таким образом, на микроуровне процессы фазового и структурного деформирования не являются эквивалентными. Их эквивалентность проявляется в ряде макромеханических процессов и может быть учтена в феноменологических моделях. Так, она хорошо выражена в явлении перекрестного упрочнения (см. раздел 2.3.3, условие совпадения диаграмм доориентации); для процессов прямого

превращения и мартенситной неупругости (раздел 2.3.4) она выражается в возможности достоверно описать оба процесса средней для двух диаграмм функцией. Что касается температур обратного фазового перехода, для случаев с невысоким напряжением прямого превращения ($\sigma_1 < 250$ МПа) они также с удовлетворительной точностью могут быть приняты средними для двух процессов. При более высоких напряжениях необходимо учитывать разность полей внутренних напряжений, влияющих на температуры перехода, в зависимости от типа накопленной деформации – фазовой или структурной. Итак, по результатам экспериментального исследования сформулированную в разделе 2.2 Гипотезу 1 для последующего структурного деформирования можно считать выполненной во всем реализуемом в испытаниях диапазоне нагрузок, а область ее выполнимости для последующего обратного превращения – ограниченной случаями с невысокими напряжениями прямого фазового перехода.

2.4. Заключение по главе

Глава посвящена исследованию взаимосвязи фазовых и структурных деформаций в СПФ на макромеханическом уровне. Сформулирована Гипотеза 1 об эквивалентности фазовых и структурных деформаций с точки зрения процесса последующего деформирования, изложено основанное на этой гипотезе теоретическое представление, которое может быть использовано при построении феноменологических моделей. Данное теоретическое представление включает три материальные функции, две из которых независимы.

В испытаниях на растяжение проволочных образцов из никелида титана осуществлена экспериментальная проверка Гипотезы 1 и определены три материальные функции. В первой группе испытаний – установочный эксперимент – реализован предложенный в настоящей работе способ определения материальной функции f, представляющей собой зависимость между эквивалентными напряжениями фазового и структурного переходов и

определяющей взаимосвязь диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости. Показано совпадение в пределах допустимой точности диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями, приобретенными под действием эквивалентных напряжений, что является новым экспериментальным результатом в исследовании эффекта перекрестного упрочнения и вместе с тем служит подтверждением Гипотезы 1 для процессов дальнейшего структурного превращения.

В ходе проверочного эксперимента показано, что диаграммы прямого превращения и мартенситной неупругости в осях эквивалентных напряжений с достаточной точностью могут быть описаны одной общей функцией. Указан метод экспериментального построения этих диаграмм, позволяющий отделить фазово-структурную составляющую деформации от вязкоупругой и пластической составляющих. Продемонстрировано наличие прогнозируемой взаимосвязи между тремя материальными функциями, подтверждена правильность определения функции f из установочного эксперимента.

В третьей группе термомеханических испытаний определены пределы применимости Гипотезы 1 для процессов последующего обратного фазового перехода при нагреве. Установлено, что введенная гипотеза выполняется с удовлетворительной точностью в условиях последующего структурного деформирования во всем диапазоне экспериментально реализуемых нагрузок (до 500 МПа для фазового превращения и 600 МПа для структурного), а в условиях последующего обратного фазового перехода – только при напряжениях до 250 МПа для фазового превращения и 350 МПа для структурного.

Результаты, полученные в главе, опубликованы в [5].

Глава 3. Феноменологическая модель фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы. Одномерный случай

3.1. Описание феноменологической модели

На основании изложенного в разделе 2.2 теоретического представления о взаимосвязи фазовой и структурной деформаций строится феноменологическая модель, предполагающая единообразный учет этих двух составляющих деформации. При этом используются Утверждение и Гипотеза 1; экспериментальная проверка последней была выполнена в главе 2 для процессов однородного фазового деформирования, реализуемых при одноосном растяжении. Будем полагать, что гипотеза справедлива и при неоднородном фазовом деформировании. Кроме того, при моделировании используется Гипотеза 2: при обратном превращении мартенситные элементы исчезают в порядке, противоположном порядку их возникновения. Подтверждением этой гипотезы служит экспериментально наблюдаемый факт, что мартенситные пластины, возникшие первыми при охлаждении, при нагреве исчезают последними [22]. На макромеханическом уровне ее подтверждает также эффект реверсивной памяти формы, заключающийся в том, что изменение направления нагрузки в процессе прямого превращения при охлаждении приводит к немонотонному характеру восстановления деформации при нагреве [23, 24]. Данный эффект будет рассмотрен более подробно в разделах 3.1.2 и 4.2.3.

3.1.1. Фазовое и структурное превращения

При построении определяющих соотношений введенные в разделе 2.2 понятия позволяют рассматривать мартенситные элементы как последовательно соединенные структурные элементы модели, а общую фазово-структурную деформацию системы определять как суммарную деформацию каждого из них

(наглядно это показано далее на рис. 3.2, иллюстрирующем геометрическое представление модели). Пусть полностью мартенситному состоянию при завершившемся фазовом переходе соответствует всего n структурных элементов, каждый из которых образовался под действием напряжения $\sigma_1^{\,i}$ (i – номер элемента) при приращении объемной доли мартенсита на $\Delta q = 1/n$. Деформация каждого элемента при этом определяется диаграммой прямого превращения с добавлением объемной составляющей $\Delta\varepsilon_{phst} = \left(F_1\left(\sigma_1^{\,i}\right) + \varepsilon_V\right)\Delta q$, а его предел структурного превращения – функцией f, согласно (2.2): $\sigma_s^{st\,i} = f\left(\sigma_1^{\,i}\right)$. Если в процессе дальнейшего нагружения внешнее напряжение σ, совпадающее по знаку с $\sigma_1^{\,i}$, по абсолютной величине превысит этот предел, то произойдет переориентация элемента, и новое значение его деформации станет равным $\Delta\varepsilon_{phst} = \left(F_2(\sigma) + \varepsilon_V\right)\Delta q = \left(F_1\left(f^{-1}(\sigma)\right) + \varepsilon_V\right)\Delta q$, то есть таким же, как если бы он был образован в результате фазового перехода при напряжении $f^{-1}(\sigma)$ без последующей переориентации. Новый предел структурного превращения элемента после переориентации принимает значение σ. При этом переориентация элемента может происходить неограниченное количество раз до тех пор, пока величина его деформации не достигнет максимального значения $\left(e_{phst}^{\max} + \varepsilon_V\right)\Delta q$, или пока управляющее напряжение не станет равным соответствующему ей предельному напряжению фазового превращения σ_m (см. рис. 2.1). Заметим, что в настоящем разделе, как уже отмечалось выше, рассматривается только одноосная модель и речь идет о структурном превращении, вызванном возрастанием по абсолютной величине нагрузки того же знака, что и управляющее напряжение; возможность структурного превращения при изменении направления нагрузки будет рассмотрена в разделе 3.1.2.

Устремляя число элементов n к бесконечности и переходя к интегральной сумме, получим общее выражение для фазово-структурной деформации системы:

$$\varepsilon_{phst} = \int_0^{q_0} F_1(\sigma_1(q))dq + q_0\varepsilon_V, \tag{3.1}$$

где q_0 – текущая доля мартенситной фазы. Функция $\sigma_1(q)$ называется *управляющим напряжением*, она служит аналогом степени ориентированности и определяет величину деформации и предел структурного превращения каждого элемента, соответствующего доле мартенситной фазы q. Формирование этой функции происходит на этапе прямого фазового превращения: когда объемная доля мартенсита получает приращение dq, текущему значению q ставится в соответствие действующее при этом внешнее напряжение σ, которое и составляет управляющее напряжение:

$$\sigma_1(q) \equiv \sigma \text{ при } dq > 0. \tag{3.2}$$

Структурное превращение учитывается путем трансформации функции $\sigma_1(q)$. Если текущее напряжение σ превышает по абсолютному значению предел структурного превращения элемента, соответствующего доле мартенситной фазы q, $|\sigma| > |\sigma_s^{st}(q)| = |f(\sigma_1(q))|$ (или, что то же, $|f^{-1}(\sigma)| > |\sigma_1(q)|$), то новое значение управляющего напряжения для этого элемента становится равным напряжению $f^{-1}(\sigma)$, эквивалентному текущему:

$$\sigma_1'(q) \equiv f^{-1}(\sigma), \text{ если } |\sigma_1(q)| < |f^{-1}(\sigma)|. \tag{3.3}$$

Штрихом здесь обозначено новое значение функции σ_1 после переориентации.

Для однозначного определения функции $\sigma_1(q)$ учет истории деформирования должен начинаться от полностью аустенитного состояния материала $(q = 0)$, в котором отсутствует фазово-структурная деформация. При возрастании нагрузки следует проверять условие структурного превращения (3.3) и вычислять интеграл (3.1) с учетом изменившейся функции $\sigma_1(q)$. При обратном превращении с уменьшением q зависимость $\sigma_1(q)$ в соотношении (3.1) «воспроизводится» в обратной последовательности, чем обеспечивается выполнение Гипотезы 2.

Использование функции управляющего напряжения в предлагаемом подходе позволяет описать случаи неоднородного фазового деформирования СПФ за счет присвоения каждому мартенситному элементу собственного предела структурного превращения и отслеживания его изменения при переориентации. Учитываемая посредством функции $\sigma_1(q)$ история деформирования не только определяет пределы структурного превращения элементов, но также влияет на процесс обратного мартенситного превращения – температуры перехода (см. раздел 3.1.3, соотношение (3.14)) и величину восстанавливаемой деформации. Кроме того, определяющее соотношение (3.1) не предполагает разделения деформации на фазовую и структурную составляющие и учитывает их единообразно, поскольку обе они связаны с образованием ориентированного мартенсита.

3.1.2. Учет знакопеременного нагружения

Известно, что диаграммы деформирования СПФ при растяжении и сжатии несимметричны относительно смены знака нагрузки [133, 134]: при растяжении наблюдается большая фазово-структурная деформация и меньшее соответствующее ей напряжение, чем при сжатии. В связи с этим вышеизложенные теоретические представления справедливы как при растяжении, так и при сжатии, но с учетом различия в материальных функциях F_1, F_2 и f, которые для случая сжатия также должны быть определены эксперментально. Анализ подобия экспериментальных диаграмм изотермического деформирования СПФ при растяжении и сжатии [133, 134] позволяет ввести предположение, что диаграммы сжатия могут быть получены из диаграмм растяжения путем масштабирования по осям напряжений и деформаций. Так, приведенным в работе [133] экспериментальным зависимостям напряжений от деформаций для явления псевдоупругости никелида титана соответствуют максимальное напряжение $\sigma^+ = 300$ МПа и деформация $\varepsilon^+ = 5\%$ при растяжении и $\sigma^- = -600$ МПа и

$\varepsilon^- = -3\%$ при сжатии, откуда коэффициенты масштабирования по напряжениям и по деформациям составляют

$$k_\sigma = \frac{|\sigma^-|}{\sigma^+} = 2;$$

$$k_\varepsilon = \frac{|\varepsilon^-|}{\varepsilon^+} = 0,6. \qquad (3.4)$$

Следует отметить, однако, что способ масштабирования является достаточно приближенным и не позволяет учесть качественное различие диаграмм.

Поскольку экспериментальных данных для диаграммы прямого превращения при сжатии в литературе найти не удалось, также будем полагать, что она может быть получена масштабированием диаграммы F_1 при растяжении с использованием коэффициентов k_σ и k_ε. Итак, в случае отрицательного управляющего напряжения $\sigma_1 < 0$ материальные функции при сжатии F_1^c, F_2^c и f^c, входящие в соотношения (2.2), (3.1), (3.3), определяются следующим образом:

$$F_1^c(\sigma) = -k_\varepsilon \cdot F_1\left(\frac{|\sigma|}{k_\sigma}\right),$$

$$F_2^c(\sigma) = -k_\varepsilon \cdot F_2\left(\frac{|\sigma|}{k_\sigma}\right), \qquad (3.5)$$

$$f^c(\sigma) = -k_\sigma \cdot f\left(\frac{|\sigma|}{k_\sigma}\right),$$

где F_1, F_2 и f – соответствующие функции при растяжении. Далее в работе индекс c не используется и подразумевается, что вид материальных функций – на растяжение или сжатие – определяется знаком аргумента.

Особый интерес представляет случай смены знака нагрузки в процессе деформирования, что также может вызывать структурное превращение, условия протекания которого отличны от структурного превращения при возрастании нагрузки того же направления. Рассмотрим случай, когда образец начинает охлаждаться под постоянным напряжением $\sigma_{нач.}$, а в момент времени t_0, такой что

$0 < q(t_0) < 1$, к нему прикладывается напряжение противоположного знака $\sigma_{кон.}$, под которым происходит дальнейшее охлаждение. Результаты эксперимента работы [23], реализующего аналогичный режим нагружения при кручении, приведены в разделе 1.1 и на рис. 1.2. С точки зрения разрабатываемой модели для рассматриваемого процесса первоначально функция управляющего напряжения строится согласно соотношению (3.2): для элементов, образовавшихся до смены знака нагрузки $(0 \le q \le q(t_0))$, она равна $\sigma_1(q) = \sigma_{нач.}$. Вследствие переориентации этих элементов при изменении знака нагрузки в момент времени t_0 функция $\sigma_1(q)$ на данном интервале принимает новое значение σ_1'. При этом встает вопрос о способе определения этой величины: поскольку речь идет о знакопеременном нагружении, значение σ_1' должно вычисляться отличным от соотношения (3.3) образом. Для элементов, образующихся после t_0, управляющее напряжение равно $\sigma_{кон.}$:

$$\sigma_1(q) = \begin{cases} \sigma_1', & 0 \le q \le q(t_0); \\ \sigma_{кон.}, & q(t_0) < q \le 1. \end{cases}$$

В том случае, если управляющие напряжения σ_1' и $\sigma_{кон.}$ различны по знаку, реализуется эффект реверсивной памяти формы (см. раздел 1.1), при котором восстановление фазово-структурной деформации в ходе обратного превращения имеет немонотонный характер. Это связано с обратной последовательностью исчезновения мартенситных элементов (Гипотеза 2), описываемой соотношением (3.1) при убывании доли мартенситной фазы: сначала исчезают элементы, деформация которых определяется управляющим напряжением $\sigma_{кон.}$, а затем – элементы с деформацией противоположного знака, определяемой напряжением σ_1'. По свидетельству экспериментальных данных, при реализации эффекта реверсивной памяти формы пик деформации на термомеханической диаграмме этапа обратного превращения намного меньше, чем на этапе прямого превращения (см. рис. 1.2). Отсюда можно заключить, во-первых, что в рассматриваемом процессе имеет место переориентация мартенситных элементов,

образовавшихся до t_0, и $|\sigma_1'| < |\sigma_{нач.}|$, иначе не наблюдалось бы уменьшение пика деформации на этапе обратного превращения. Во-вторых, немонотонный характер восстановления деформации свидетельствует о том, что новое значение управляющего напряжения σ_1' зависит не только от вызвавшего переориентацию напряжения $\sigma_{кон.}$, как было в случае структурного превращения под действием возрастающей нагрузки того же знака (см. (3.3)), но и от первоначального значения $\sigma_{нач.}$. Помимо этого, как и при возрастании нагрузки того же знака, переориентация происходит лишь в том случае, когда новое напряжение по модулю превышает предел структурного превращения при знакопеременном нагружении σ_{st}^{+-}. С учетом сделанных замечаний для вычисления нового значения управляющего напряжения после переориентации предлагается простейшее соотношение, включающее в рассмотрение асимметрию фазового деформирования материала при растяжении и сжатии:

$$\tilde{\sigma}_1' = \tilde{\sigma}_1(q) + \tilde{\sigma} + \sigma_{st}^{+-} \cdot sign(\sigma_1(q)), \quad \text{если} \quad |\tilde{\sigma}| > \sigma_{st}^{+-} \quad \text{и} \quad \sigma \cdot \sigma_1(q) < 0. \qquad (3.6)$$

Волной здесь обозначена операция масштабирования сжимающего напряжения, введенная для обеспечения соизмеримости растягивающих и сжимающих напряжений:

$$\tilde{\sigma} = \begin{cases} k_\sigma^{-1} \cdot \sigma \text{ при } \sigma < 0; \\ \sigma \text{ при } \sigma \geq 0. \end{cases} \qquad (3.7)$$

В соотношении (3.6) для рассматриваемой задачи $\sigma_1(q) = \sigma_{нач.}$ (исходное управляющее напряжение) и $\sigma = \sigma_{кон.}$ (напряжение, вызвавшее переориентацию).

Предел структурного превращения σ_{st}^{+-} требует экспериментального определения, для его идентификации необходим набор экспериментальных данных для различных соотношений нагрузок $\sigma_{нач.}$ и $\sigma_{кон.}$ и разных значений $q(t_0)$. Очевидно, что предел σ_{st}^{+-} должен зависеть от исходной степени ориентированности мартенситных элементов и, следовательно, от определяющего ее первоначального значения управляющего напряжения $\sigma_{нач.}$. В испытаниях на кручение [23], реализующих эффект реверсивной памяти формы под действием

одинаковой по модулю знакопеременной нагрузки, установлено, что пик деформации на термомеханической диаграмме обратного превращения приблизительно в четыре раза меньше, чем на этапе прямого превращения, что достижимо при $\sigma_1' = \sigma_{нач.}/4$. С учетом этого для аналогичного режима нагружения в одноосном случае, при котором $\tilde{\sigma}_{нач.} = -\tilde{\sigma}_{кон.}$, из (3.6) следует значение предела структурного превращения:

$$\sigma_{st}^{+-} = \left|\tilde{\sigma}_1(q)\right| / 4. \qquad (3.8)$$

Как было сказано выше, структурное превращение при знакопеременном нагружении происходит тогда, когда текущее напряжение, масштабированное согласно (3.7), по абсолютной величине превышает предел структурного превращения мартенситного элемента σ_{st}^{+-}. При этом новое значение управляющего напряжения элемента после переориентации либо уменьшается по абсолютной величине согласно (3.6), либо меняет знак. Последнее происходит при достаточно больших значениях напряжения переориентации $\sigma_{кон.}$ по сравнению с первоначально действующей нагрузкой:

$$\left|\tilde{\sigma}_{кон.}\right| > \left|\tilde{\sigma}_{нач.}\right| + \sigma_{st}^{+-}, \qquad (3.9)$$

что следует из (3.6), и вызывает подавление эффекта реверсивной памяти формы, поскольку в этом случае управляющие напряжения σ_1' и $\sigma_{кон.}$ совпадают по знаку, и восстановление фазовой деформации в процессе обратного превращения уже не является немонотонным. Такое поведение согласуется с экспериментальными наблюдениями [23], свидетельствующими, что при больших (по модулю) напряжениях $\sigma_{кон.}$ эффект реверсивной памяти формы подавляется. Предполагается, что при выполнении условия (3.9) новое значение σ_1' становится равным $f^{-1}(\sigma_{кон.})$ как совпадающее по знаку с $\sigma_{кон.}$, аналогично случаю (3.3) структурного превращения под нагрузкой, сонаправленной с управляющим напряжением.

Таким образом, предложенный подход к учету знакопеременного фазово-структурного деформирования позволяет качественно верно описать

наблюдаемый в экспериментах эффект реверсивной памяти формы, а также случай подавления этого эффекта. Для достоверного количественного описания требуется более детальное экспериментальное исследование, в частности, определение зависимости (3.8) предела структурного превращения от управляющего напряжения для режимов $\tilde{\sigma}_{нач.} \neq -\tilde{\sigma}_{кон.}$.

3.1.3. Термодинамическое замыкание модели

Помимо температуры, на параметры фазового перехода оказывает влияние действующее напряжение, что согласуется с термодинамическими представлениями [15–17]. В настоящей работе зависимость объемной доли мартенсита от температуры и напряжения аппроксимируется тригонометрической функцией [131]:

$$q = \begin{cases} 0, & \xi \le 0, \\ (1-\cos(\pi\xi))/2, & 0 < \xi < 1, \\ 1, & \xi \ge 1; \end{cases}$$

$$\xi = \frac{M_s^* - T}{M_s - M_f}, \quad M_f^* \le T \le M_s^*, \quad (A \to M) \tag{3.10}$$

$$\xi = 1 + \frac{A_s^* - T}{A_f - A_s}, \quad A_s^* \le T \le A_f^*, \quad (M \to A).$$

Температуры M_s, M_f, A_s, A_f соответствуют началу и окончанию прямого и обратного превращений при отсутствии нагрузки. Звездочкой отмечены температуры границ переходных интервалов с учетом их сдвига от действия напряжений. В предположении, что ширина температурных интервалов остается постоянной, величина сдвига равняется сдвигу их средних температур T_c.

Зависимость характерных температур фазовых переходов от напряжения определяется обобщенным уравнением Клаузиуса–Клапейрона, которое, согласно [15, 17], имеет вид:

$$T_c = T_{c0} + \frac{T_{c0}}{[Q]}\sigma\left[\varepsilon_{ph}\right].$$

Здесь T_{c0} – средняя температура интервала фазового перехода (прямого или обратного) в отсутствие напряжений, σ – действующее при переходе внешнее напряжение, $[\varepsilon_{ph}]$ – полное изменение фазовой деформации при переходе, положительное для прямого и отрицательное для обратного превращения, $[Q]$ – полная теплота, выделяемая (поглощаемая) в процессе перехода. Предполагается, что выделяемая (поглощаемая) при переходе теплота не зависит от величины действующего напряжения [124, 131]. Она может быть вычислена как $[Q] = \rho T_c [S] = \rho T_{c0} [S_0]$, где ρ – плотность материала, $[S]$ и $[S_0]$ – полное изменение энтропии в процессе перехода под действием напряжения и без него. Тогда обобщенное уравнение Клаузиуса–Клапейрона можно представить в виде

$$T_c = T_{c0} + k\sigma\left[\varepsilon_{ph}\right], \tag{3.11}$$

где $k = \dfrac{1}{\rho[S_0]}$. Для равноатомного никелида титана, согласно данным [131], $[S_0] = \pm 62{,}5$ Дж/(кг·К) (положительное значение для прямого и отрицательное для обратного фазового перехода), $\rho = 6440$ кг/м^3, откуда $k = \pm 2{,}48 \cdot 10^{-6}$ (К·м^3)/Дж.

Из соотношений (3.10)–(3.11) вытекают термодинамические условия прямого и обратного фазовых превращений. Прямое превращение происходит в случае, когда при охлаждении или возрастании интенсивности нагрузки, во-первых, новое значение температуры T оказывается ниже M_s^*, а во-вторых, значение доли мартенситной фазы q, вычисленное согласно (3.10)–(3.11) для изменившихся термосиловых условий, превышает величину q_0 до изменения температуры и нагрузки:

$$\begin{cases} T < M_s^*\left(\sigma, \left[\varepsilon_{ph}(\sigma_1)\right]\right); \\ q\left(T, \sigma, \left[\varepsilon_{ph}(\sigma_1)\right]\right) > q_0. \end{cases} \tag{3.12}$$

Здесь напряжение σ_1 – управляющее напряжение мартенситных элементов, которые могут образоваться в текущих термосиловых условиях. При прямом

превращении оно определяется текущим напряжением σ. Деформация фазового перехода $\left[\varepsilon_{ph}(\sigma_1)\right]$ соответствует деформации полного прямого превращения под постоянным напряжением σ_1 и составляет

$$\left[\varepsilon_{ph}(\sigma_1)\right] = F_1(\sigma_1) + \varepsilon_V, \tag{3.13}$$

что следует из (3.1).

Аналогично обратный фазовый переход реализуется при нагреве или снижении интенсивности нагрузки, когда текущая температура превышает A_s^*, а вычисленное согласно (3.10)–(3.11) значение q оказывается меньше q_0:

$$\begin{cases} T > A_s^*\left(\sigma, \left[\varepsilon_{ph}(\sigma_1)\right]\right); \\ q\left(T, \sigma, \left[\varepsilon_{ph}(\sigma_1)\right]\right) < q_0. \end{cases} \tag{3.14}$$

Согласно Гипотезе 2, обратное превращение начинается с элемента, образовавшегося последним из существующих, т.е. соответствующего текущей доле мартенсита q_0. Поэтому термодинамическое условие (3.14) должно рассматриваться применительно к последнему мартенситному элементу, то есть $\sigma_1 = \sigma_1(q_0)$. При этом деформация (3.13), которая соответствует элементу в момент его обратного превращения, может быть результатом не только прямого фазового перехода, но и последующего структурного превращения. Однако поскольку в развиваемом подходе эти два типа деформации не различаются, то величина деформации вычисляется также с помощью соотношения (3.13).

Согласно идеологии развиваемого подхода, каждый мартенситный структурный элемент обладает собственной степенью ориентированности, определяемой управляющим напряжением σ_1 и не связанной непосредственно с ориентациями других элементов. В связи с этим каждому элементу можно поставить в соответствие зависимость $q(T)$ (3.10), характерные температуры которой определяются соотношением (3.11) для текущего напряжения σ и деформации фазового перехода $\left[\varepsilon_{ph}(\sigma_1)\right]$. При этом возникает ряд вычислительных особенностей, связанных с реализацией фазового перехода в

условиях изменяющейся нагрузки. Рассмотрим наиболее характерные случаи, проиллюстрированные на рис. 3.1.

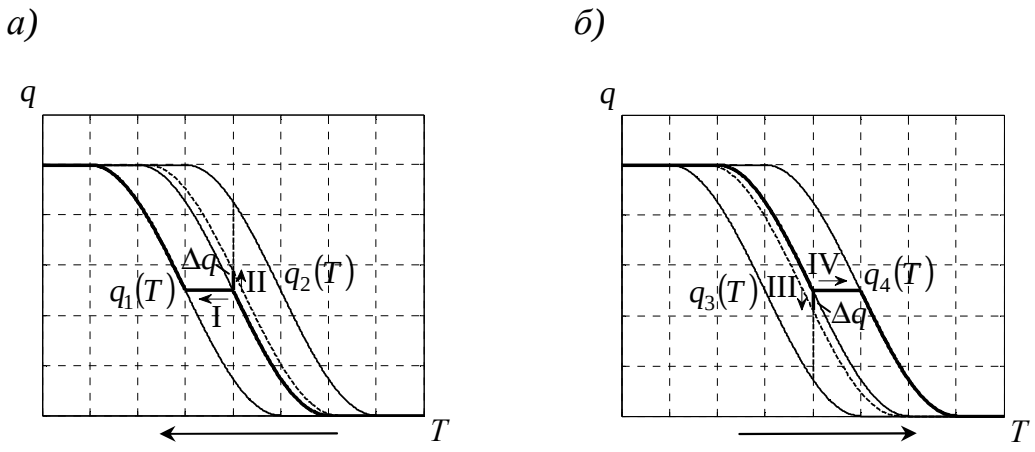


Рис. 3.1. Зависимость доли мартенситной фазы от температуры при ступенчатом изменении нагрузки в ходе прямого (*а*) и обратного (*б*) фазового превращения

I. В процессе прямого превращения происходит спад нагрузки, вызывающий смещение графика $q(T)$ влево (рис. 3.1*а*). Фазовый переход при этом возобновляется только тогда, когда снижающаяся температура достигает значения, соответствующего текущей доле мартенситной фазы на новой диаграмме $q_1(T)$.

II. В процессе прямого превращения происходит возрастание нагрузки, в результате чего диаграмма $q(T)$ смещается вправо на соответствующую величину до нового положения $q_2(T)$. Это приводит к образованию мартенсита напряжения и увеличению доли мартенситной фазы (вертикальный участок на рис. 3.1*а*, II).

III. Диаграмма $q_3(T)$ мартенситного элемента, который, согласно Гипотезе 2, должен исчезнуть следующим в процессе обратного перехода, лежит левее текущей диаграммы $q(T)$. В этом случае исчезновение мартенситного элемента происходит изотермически (вертикальный участок на рис. 3.1*б*, III), поскольку текущее сочетание температуры и напряжения удовлетворяет

термодинамическому условию обратного превращения этого элемента. Случай III наблюдается, в частности, при обратном превращении после реализации случая I, когда текущее напряжение имеет знак, противоположный накопленной фазовой деформации.

IV. Диаграмма $q_4(T)$ мартенситного элемента, который должен исчезнуть следующим в процессе обратного перехода, лежит правее текущей (рис. 3.1*б*). Фазовый переход при этом возобновляется только тогда, когда повышающаяся температура достигает значения, соответствующего текущей доле мартенситной фазы на новой диаграмме $q_4(T)$. Случай IV наблюдается при обратном превращении после реализации случая I, когда текущее напряжение совпадает по знаку с накопленной фазовой деформацией.

Подход, реализуемый в случаях I и IV, соответствует идеологии описания неполных циклов [17]. Его недостатком является невозможность описания внутренних петель гистерезиса, наблюдаемых экспериментально при реализации неполных циклов фазовых превращений [19]. Более общий способ, учитывающий указанную особенность, предложен в [135–137]. Однако, как будет показано в разделе 4.2.2, предлагаемый подход демонстрирует хорошее согласование с экспериментальными данными при описании прямого превращения под снижающейся нагрузкой.

Дополнительного комментария требуют случаи II и III, связанные с изотермической реализацией прямого и обратного фазовых превращений (вертикальные участки на рис. 3.1*а* и 3.1*б*). Изменение доли мартенситной фазы сопровождается выделением или поглощением тепла, поэтому, вообще говоря, данные процессы не могут протекать изотермически. В некоторых случаях, рассматриваемых, в частности, в главе 5 настоящей работы, образцы имеют небольшую толщину, что обеспечивает их равномерный прогрев, а изменение нагрузки происходит достаточно медленно, так что выделяемая (поглощаемая) теплота успевает отводиться. В этих условиях мартенситные превращения, связанные с изменением нагрузки при фиксированной температуре, могут

считаться изотермическими. В остальных случаях при фазовых переходах требуется учет влияния латентного тепла на изменение температуры материала. При численной реализации расчета предполагается, что шаг дискретизации по доле мартенситной фазы Δq достаточно мал, и внутри каждого шага фазовые превращения при реализации процессов II и III происходят изотермически. При этом тепловыделение от изменения доли мартенситной фазы на Δq либо учитывается на следующем шаге интегрирования, либо используется для итерационного уточнения температуры текущего шага (см. алгоритмическое описание модели, раздел 3.1.4).

Таким образом, помимо смещения температурных интервалов переходов от действия напряжения, рассмотренный подход позволяет описать прямой и обратный фазовые превращения при изотермическом изменении нагрузки, реализация которых зависит от температуры деформирования. Подробнее этот вопрос будет изучен в главе 5. Заметим также, что особенность моделирования в случае III обеспечивает выполнение Гипотезы 2, определяющей порядок исчезновения мартенситных элементов. Процедура дискретизации, выполняемая при численной реализации модели, позволяет представить процесс монотонного изменения напряжений при фазовых переходах как совокупность ступенчатых приращений нагрузки, в связи с чем рассмотренные вычислительные особенности I–IV возникают как при описании ступенчатых, так и монотонных изменений напряжения.

Помимо соотношений (3.10)–(3.14), термодинамическое замыкание модели включает связное уравнение энергетического баланса, позволяющее описать распределение температуры по материалу и ее изменение во времени:

$$\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{w(x,T)}{\lambda} + \frac{1}{\lambda}\sigma(x,t)\frac{\partial \varepsilon_{phst}(x,t)}{\partial t}. \qquad (3.15)$$

Без учета последнего слагаемого соотношение (3.15) представляет собой обычное уравнение теплопроводности для тела с внутренними источниками тепла. Введение третьего слагаемого, обоснование которого для трехмерного случая приведено в [16], позволяет учесть диссипацию энергии, связанную с

деформацией фазовых и структурных превращений при изменяющейся температуре. В уравнении (3.15) учитывается также выделение (поглощение) латентной теплоты в процессе фазовых переходов (второе слагаемое): $w(x,T)=[Q]\frac{\partial q}{\partial t}$, где t – время, x – осевая координата. $a=\frac{\lambda}{c\rho}$ – коэффициент температуропроводности, c – удельная теплоемкость, которая считается одинаковой для обеих фаз, $\sigma(x,t)$ – текущее осевое напряжение. Теплопроводность λ определяется в зависимости от фазового состава по правилу смеси: $\lambda=q\lambda_M+(1-q)\lambda_A$, индексами M и A обозначены мартенситная и аустенитная фазы соответственно.

3.1.4. Алгоритмическое описание модели

При организации вычислительного алгоритма, реализующего описываемую модель, удобно ввести дискретизацию по доле мартенситной фазы q, каждый шаг которой Δq соответствует одному мартенситному элементу. При этом дискретизация изменяющихся во времени температуры и нагрузки должна осуществляться таким образом, чтобы на каждом ее шаге на этапах прямого и обратного фазовых переходов происходило превращение целого числа мартенситных элементов, то есть шаг Δq должен быть достаточно мелким. Вводится вектор управляющего напряжения $\bar{\sigma}_1$, каждый элемент которого соответствует одному шагу по доле мартенситной фазы q.

Начало отсчета истории деформирования должно принадлежать полностью аустенитному состоянию материала ($q=0$, $\varepsilon_{ph}=0$). Далее на каждом шаге процесса, на котором происходит изменение температуры или напряжения, выполняются следующие операции.

1. Если текущее значение $q_0<1$, проверяется условие возникновения нового мартенситного элемента (3.12). В случае выполнения этого условия для температуры и напряжения последующего шага дискретизации образуется n

мартенситных элементов, где $n = \dfrac{q - q_0}{\Delta q}$, и доля мартенситной фазы получает приращение $n\Delta q$. При этом значения управляющего напряжения σ_1 для вновь образовавшихся мартенситных элементов, записываемые в вектор $\bar{\sigma}_1$, равны текущему напряжению σ. Прирост фазовой деформации в этом случае составит $(F_1(\sigma_1) + \varepsilon_V) n\Delta q$, что соответствует вычислению интеграла (3.1) методом прямоугольников.

2. При возрастании или смене знака нагрузки для каждого существующего мартенситного элемента проверяется условие переориентации. Если для i-го элемента управляющее напряжение σ_1^i имеет тот же знак, что и текущее напряжение σ, то его структурное превращение произойдет, согласно (3.3), при условии $\left| f^{-1}(\sigma) \right| > \left| \sigma_1^i \right|$. При этом в векторе $\bar{\sigma}_1$ управляющему напряжению, соответствующему этому элементу, присваивается новое значение $\sigma_1^i \equiv f^{-1}(\sigma)$. В случае, когда напряжения σ_1^i и σ разных знаков, условием переориентации служит неравенство $|\tilde{\sigma}| > \sigma_{st}^{+-}(\sigma_1^i)$. Здесь возможны два варианта в зависимости от выполнения условия (3.9): при $|\tilde{\sigma}| < \left| \tilde{\sigma}_1^{\,i} \right| + \sigma_{st}^{+-}(\sigma_1^i)$ напряжение σ_1^i не меняет знак, и его новое значение определяется зависимостью (3.6): $\tilde{\sigma}_1^{\,i} \equiv \tilde{\sigma}_1^{\,i} + \tilde{\sigma} + \sigma_{st}^{+-}(\sigma_1^i) \cdot sign(\sigma_1^i)$; в противном случае изменившее знак управляющее напряжение σ_1^i принимает значение $f^{-1}(\sigma)$. Если на текущем шаге деформирования имеет место структурное превращение одного или нескольких мартенситных элементов, то для определения фазово-структурной деформации на этом шаге необходимо выполнить пересчет интеграла (3.1) с учетом изменившихся значений $\bar{\sigma}_1$.

3. При $q_0 \neq 0$ в случае уменьшения (по модулю) нагрузки или возрастания температуры необходимо проверять условие обратного превращения (3.14) для мартенситного элемента, образовавшегося последним из существующих и соответствующего текущей доле мартенсита q_0. При выполнении этого условия

мартенситная фаза уменьшается на Δq, а фазовая деформация – на $(F(\sigma_1(q_0))+\varepsilon_V)\Delta q$. Текущее сочетание температуры и нагрузки может вызвать обратное превращение сразу нескольких мартенситных элементов. Поэтому условие (3.14) проверяется до тех пор, пока оно не окажется невыполненным для очередного элемента.

Здесь необходим следующий комментарий. Строгое выполнение Гипотезы 2 в предлагаемом подходе требует, чтобы обратное превращение начиналось с последнего мартенситного элемента (обозначим его номером k). Пусть при текущем сочетании температуры и напряжения выполнено термодинамическое условие обратного превращения для $(k-1)$-го элемента, образовавшегося ранее, и не выполнено для k-го. $(k-1)$-й элемент в этом случае исчезнет одновременно с k-м лишь тогда, когда последующее повышение температуры или снижение нагрузки приведет к выполнению термодинамического условия обратного превращения k-го элемента.

В том случае, если температура не считается заданной, на каждом шаге дискретизации необходимо вычислять теплоту, выделяемую (поглощаемую) при образовании и исчезновении мартенситных элементов, а также диссипацию энергии, связанную с фазово-структурной деформацией (соотношение (3.15)). Определенная диссипация энергии и латентная теплота учитываются либо на следующем шаге дискретизации при вычислении температуры, либо используются на текущем шаге для итерационного уточнения температуры.

3.2. Геометрическая интерпретация модели

Рассмотрим совокупность последовательно соединенных структурных элементов (рис. 3.2). Сферические элементы соответствуют аустенитной фазе с высокой степенью симметрии ячеек, продолговатые – мартенситной с низкой степенью симметрии. Форма последних представляет собой геометрическое место точек, равноудаленных от продольной оси элемента. Ориентация i-го

мартенситного элемента выражается углом наклона α_i к оси x, однозначно определяемым величиной управляющего напряжения σ_1^i, для которого справедливы соотношения (3.2), (3.3). Аустенитные элементы в процессе прямого фазового превращения переходят в мартенситные, угол наклона которых определяется действующим при их возникновении напряжением и может быть изменен в процессе структурного превращения. При обратном фазовом переходе мартенситные элементы вновь становятся сферическими аустенитными. При этом фазово-структурная деформация равняется изменению длины проекции цепочки структурных элементов на ось x относительно ее начальной длины в аустенитном состоянии l_0.

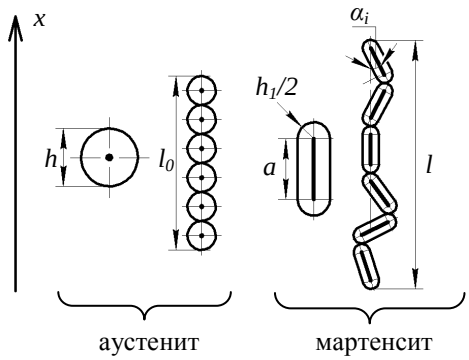


Рис. 3.2. Структурные элементы аустенитной и мартенситной фаз

Объемную долю мартенситной фазы q можно определить как отношение количества мартенситных элементов к общему числу элементов. Пусть цепочка состоит из n структурных элементов. Если только один из них находится в мартенситном состоянии, чему соответствует доля мартенситной фазы

$$\Delta q = 1/n, \tag{3.16}$$

то фазово-структурная деформация равна

$$\Delta\varepsilon_{phst} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{h(n-1) + h_1 + a\cos\alpha_1 - hn}{hn}, \tag{3.17}$$

где a, h, h_1 – характерные геометрические размеры элементов (рис. 3.2). Введя обозначения структурных параметров $K=\frac{a}{h}$, $A=-1+\frac{h_1}{h}$ и выполнив преобразования, выражение (3.17) с учетом (3.16) получим в виде

$$\Delta\varepsilon_{phst}=(K\cos\alpha_1+A)\Delta q.$$

При переходе m структурных элементов в мартенситное состояние величина фазово-структурной деформации составит

$$\sum_{i=1}^{m}\left(\Delta\varepsilon_{ph}\right)_i=\sum_{i=1}^{m}(K\cos\alpha_i+A)(\Delta q)_i.$$

Устремляя общее число структурных элементов к бесконечности и осуществляя предельный переход, получаем интегральную сумму и в результате приходим к следующему выражению для фазовой деформации:

$$\varepsilon_{phst}=\int_0^{q_0}(K\cos\alpha(q)+A)\,dq, \qquad (3.18)$$

где q_0 – текущая доля мартенсита.

В общем случае угол α может быть как положительным, так и отрицательным. Но поскольку в выражение (3.18) он входит как аргумент четной функции косинуса, то его знак можно не учитывать. Как было отмечено выше, угол α однозначно определяется управляющим напряжением σ_1. Для нахождения параметров зависимости $\alpha(\sigma_1)$, а также для определения структурных параметров K и A в случае растяжения используются следующие граничные условия.

1) При прямом превращении под предельным напряжением фазового превращения σ_m достигается наибольшая возможная фазово-структурная деформация:

$$\varepsilon_{phst}\Big|_{\substack{q=1,\\ \sigma_1=\sigma_m}}=e_{phst}^{\max}+\varepsilon_V. \qquad (3.19)$$

В этом случае мартенситные структурные элементы ориентированы вдоль оси цепочки, что обеспечивает ее максимальную длину, и

$$\alpha\big|_{\sigma_1=\sigma_m} = 0. \tag{3.20}$$

2) В результате прямого превращения при охлаждении без нагрузки образуется структура хаотического мартенсита, деформация которой минимальна и равна ε_V:

$$\varepsilon_{phst}\Big|_{\substack{q=1,\\ \sigma_1=0}} = \varepsilon_V. \tag{3.21}$$

При этом для обеспечения минимальной длины цепочки мартенситные структурные элементы располагаются поперек ее оси, что соответствует наименьшей степени ориентированности формируемой мартенситной структуры:

$$\alpha\big|_{\sigma_1=0} = \pi / 2. \tag{3.22}$$

Из граничных условий для структурных параметров (3.19) и (3.21) следует, что $A = \varepsilon_V$ и $K = e_{phst}^{\max}$. Сравнивая с учетом этого выражение (3.18) с интегралом для фазово-структурной деформации (3.1), получаем, что в рамках геометрического представления модели диаграмма прямого превращения описывается тригонометрической функцией:

$$F_1(\sigma_1) = e_{phst}^{\max} \cos\alpha(\sigma_1), \tag{3.23}$$

которая является альтернативой экспоненциальной зависимости (2.5) и также может применяться для аппроксимации экспериментальных данных. Однако в отличие от зависимости (2.5), определяющей асимптотическое приближение деформации к максимальному значению $e_{phst}^{\max}$ с ростом управляющего напряжения, функция (3.23) является периодической, поэтому необходимо наложить ограничения на аргумент

$$0 \le \sigma_1 \le \sigma_m \tag{3.24}$$

для того, чтобы функция была неубывающей. После достижения управляющим напряжением предельного значения σ_m мартенситная структура становится полностью ориентированной, функция $F_1(\sigma_1)$ достигает максимального значения $e_{phst}^{\max}$, и дальнейшего возрастания фазово-структурной деформации не происходит.

Будем использовать линейный вид зависимости $\alpha(\sigma_1)$:

$$\alpha(\sigma_1) = c\sigma_1 + d. \tag{3.25}$$

Граничным условиям (3.20) и (3.22) соответствуют значения параметров $c = -\dfrac{\pi}{2\sigma_m}$ и $d = \pi/2$. Итак, угол α уменьшается от $\pi/2$ до 0 с ростом управляющего напряжения в диапазоне $\left[0,\ \sigma_m\right]$ и при дальнейшем нагружении уже не меняется, поскольку достигается наибольшая степень ориентированности мартенсита.

Пример аппроксимации экспериментальной диаграммы прямого превращения никелида титана [26] тригонометрической функцией (3.23) с параметрами $e_{phst}^{\max}$=5,25% и σ_m=310 МПа с учетом (3.25) приведен на рис. 3.3. Наблюдается хорошее согласование экспериментальных данных с теоретической зависимостью, поэтому соотношение (3.23), полученное из геометрической интерпретации модели (3.1), может быть использовано при расчетах.

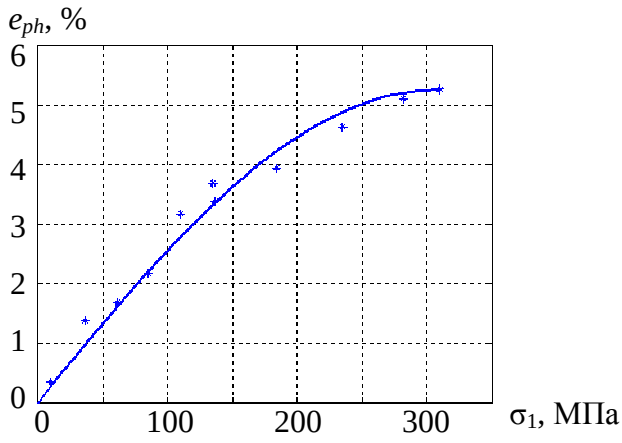


Рис. 3.3. Диаграмма прямого превращения никелида титана: точки – эксперимент [26], сплошная линия – аппроксимация соотношением (3.23)

3.3. Сопоставление предложенной модели с «родственными» моделями

Предложенная в разделе 3.1.1 модель является обобщением двух известных феноменологических моделей для сплавов и полимеров с памятью формы, краткая характеристика которых приводится далее.

3.3.1. Феноменологическая модель для сплавов с памятью формы

Феноменологическая модель для фазовых и структурных превращений в СПФ, описанная в работах [13, 26], основывается также на взаимосвязи диаграмм F_1 и F_2 прямого превращения и мартенситной неупругости. Дифференциальные соотношения модели для одноосного случая имеют вид:

$$d\varepsilon_{phst} = d\varepsilon_{ph} + d\varepsilon_{st}; \tag{3.26}$$

$$d\varepsilon_{ph} = \left[(1 - q\xi(q))(\varepsilon_V + F(\sigma)) + \xi(q)\varepsilon_{phst}\right]dq,\ dq > 0; \tag{3.27}$$

$$d\varepsilon_{ph} = \frac{\varepsilon_{phst}}{q}dq,\ dq < 0; \tag{3.28}$$

$$d\varepsilon_{st} = q_{st}F_2'(\sigma)d\sigma,\ d\sigma > 0, \text{ иначе } d\varepsilon_{st} = 0. \tag{3.29}$$

Штрихом обозначена производная по напряжению; $\xi(q)$ – материальная функция, определяющая соотношение между процессами зарождения и развития мартенситных элементов при прямом фазовом переходе и описывающая эффект ориентированного превращения. При $\xi(q) = 0$ соотношение (3.27) совпадает с (3.1), поэтому выражение (3.1) для фазовой деформации прямого превращения может считаться интегральным аналогом дифференциальной модели (3.26)–(3.29). В соотношение (3.28) для обратного фазового перехода входит только полная фазово-структурная деформация системы, в отличие от интеграла (3.1), «воспроизводящего» при обратном превращении историю деформирования материала через использование функции $\sigma_1(q)$. Поэтому модель (3.26)–(3.29) в такой постановке не способна описать, в частности, эффект реверсивной памяти формы, хотя более поздние работы (например, [138]), развивающие данную модель, лишены этого недостатка. Соотношения (3.26)–(3.29) также существенно отличаются от (3.1) способом учета структурной деформации: используется разделение фазовой и структурной составляющих деформации (3.26), причем для вычисления последней в (3.29) вводится доля претерпевающей структурное превращение мартенситной фазы q_{st}. Она определяется согласно алгоритму,

описанному в [13], на основании взаимосвязи двух функций: $f_1(q)$ – исходные пределы структурного превращения мартенситных элементов, равные напряжению, действовавшему в момент их возникновения, и $f_2(q,q_0)$ – история изменения пределов структурного превращения для каждого элемента в процессе деформирования (q – доля мартенситной фазы в момент зарождения элемента, q_0 – текущая ее величина). Таким образом, функции f_1 и f_2, определяющие пределы структурного превращения мартенситных элементов в модели [13, 26], являются в некотором смысле аналогами функции управляющего напряжения $\sigma_1(q)$ в развиваемой модели. Однако, несмотря на алгоритмические различия, два подхода к учету структурной деформации дают тождественные результаты как основанные на одинаковых теоретических предпосылках – взаимосвязи диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости.

Проведем сопоставление двух моделей на примере задачи об охлаждении стержня из СПФ под действием немонотонно меняющегося напряжения с последующим нагревом без нагрузки, постановка которой аналогична приведенной в [13]. Напряжение при охлаждении меняется с увеличением доли мартенситной фазы q по кусочно-линейному закону, как показано на рис. 3.4*а*. При этом на участке возрастания напряжения (этап II) наблюдается переориентация тех образовавшихся ранее мартенситных элементов, для которых текущее значение нагрузки превышает предел структурного превращения σ_s^{st}. При решении задачи диаграммы прямого превращения и мартенситной неупругости считаются совпадающими: $F_1 = F_2$, чему соответствует материальная функция

$$f(\sigma) = \sigma. \qquad (3.30)$$

В качестве функции F_1 будем использовать экспоненциальную зависимость (2.5). Рассматривается случай, когда максимальное напряжение цикла составляет $\sigma_{max} = 3\sigma_0$, где σ_0 – константа материала, входящая в (2.5).

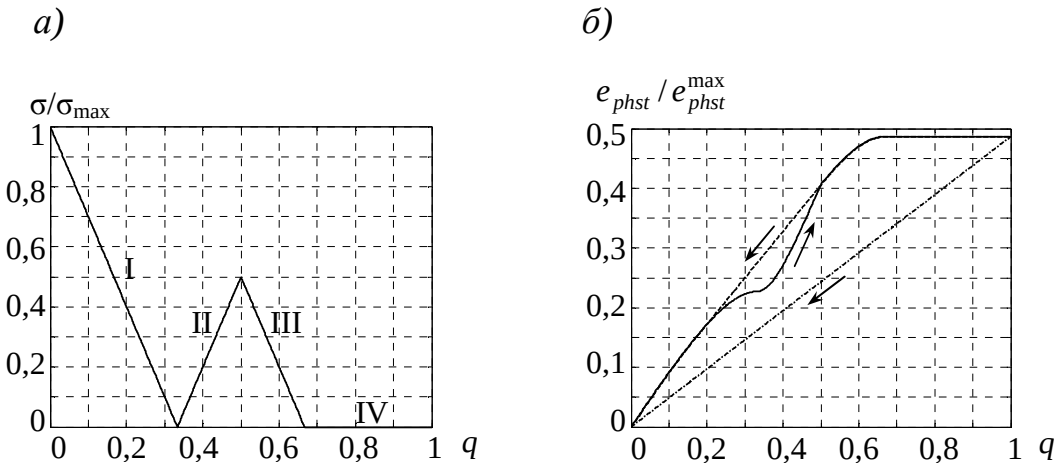


Рис. 3.4. Зависимость относительного напряжения (*а*) и относительной фазово-структурной деформации (*б*) от доли мартенситной фазы

Решение задачи, представленное на рис. 3.4*б* (по оси ординат отложена относительная деформация $e_{phst} / e_{phst}^{\max}$), получено без учета эффекта ориентированного превращения $(\xi(q) = 0)$ двумя способами: с помощью соотношений (3.1)–(3.3) и (3.26)–(3.29), дающих одинаковый результат для прямого превращения (сплошная линия). Эволюция деформации при последующем нагреве без нагрузки, описанная соотношением (3.1) (пунктирная линия), воспроизводит историю ее накопления в процессе прямого превращения, но без вогнутого участка, поскольку соответствующие ему мартенситные элементы подверглись структурному деформированию на этапе II. Соотношение (3.28), не учитывающее историю деформирования, прогнозирует линейный возврат деформации при обратном фазовом переходе (штрихпунктирная линия).

3.3.2. Феноменологическая модель для полимеров с памятью формы

Эффект памяти формы в металлических сплавах и полимерах обусловлен различными физическими процессами: у металлов это образование ориентированного мартенсита в результате фазового и структурных переходов и последующее его исчезновение при нагреве или разгрузке, у полимеров –

ограничение сегментарной подвижности макромолекул при охлаждении и ее возвращение при нагреве. Однако на макроскопическом уровне эффект памяти формы в этих материалах проявляется во многом похожим образом, поэтому представляется возможным использование аналогичных подходов при построении феноменологических моделей для этих материалов.

Фазовый переход в СПФ в результате охлаждения под нагрузкой приводит к возрастанию фазовой деформации при незначительном изменении жесткости системы (модули упругости мартенсита и аустенита соизмеримы, в частности, для никелида титана их отношение лежит в пределах от 1:3 до 1:2 [129, 139]). В аморфных полимерах, напротив, охлаждение под постоянной нагрузкой не вызывает заметного изменения деформированного состояния, за исключением деформации температурного сжатия, однако приводит к существенному возрастанию жесткости системы: модули упругости высокотемпературного E_r (rubbery) и низкотемпературного E_g (glassy) состояний полимера различаются на несколько порядков [140]. В связи с этим при построении феноменологической модели для СПФ целесообразно ввести в рассмотрение цепочку последовательно соединенных структурных элементов, что предполагает суммирование деформаций отдельных элементов, а для полимеров использовать параллельное соединение структурных элементов, обеспечивающее суммирование жесткостей при постоянстве деформации. Первый подход был реализован в настоящей работе, второй – при построении смесевой феноменологической модели для стеклующихся полимеров [140]. Геометрическая интерпретация обеих моделей представлена на рис. 3.5.

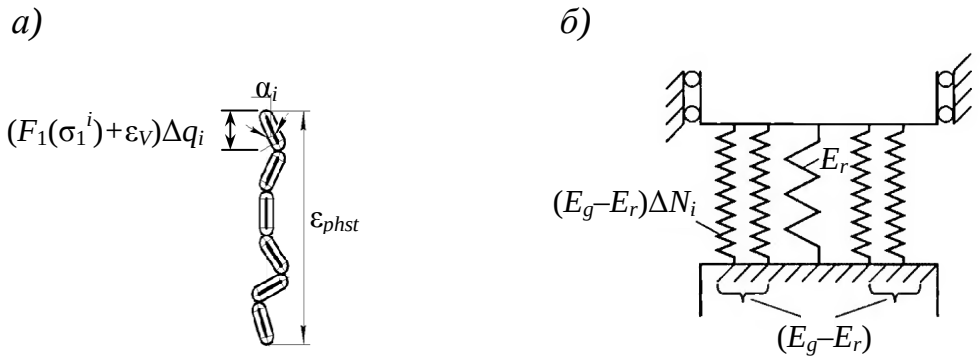


Рис. 3.5. Структурные элементы разрабатываемой модели (*а*) и модели [140] (*б*)

В модельном представлении фазово-структурной деформации в СПФ (см. рис. 3.5*а* и соответствующее ему определяющее соотношение (3.1)) каждый мартенситный элемент, образующийся в результате прямого фазового перехода и соответствующий приращению объемной доли мартенсита на величину Δq, обладает степенью ориентированности, выражающейся через угол наклона α_i этого элемента к продольной оси цепочки. Чем выше степень ориентированности и меньше угол α_i, тем больше длина цепочки, определяющая величину фазово-структурной деформации. В соотношении (3.1) степень ориентированности элемента однозначно определяется управляющим напряжением σ_1, величина которого «запоминается» на этапе прямого превращения для каждого элемента в виде функции $\sigma_1(q)$ и трансформируется при его переориентации в процессе структурного перехода.

В полимерах для обозначения степени завершенности процесса уменьшения сегментарной подвижности макромолекул используется параметр N, называемый степенью стеклования и изменяющийся в пределах от 0 до 1, аналогично параметру объемной доли мартенсита q для СПФ. Модель [140] в ее геометрической интерпретации в «упругом» приближении представляет собой ряд последовательно соединенных структурных элементов – пружин, характеризующих процесс нарастания жесткости полимера при охлаждении и ее уменьшение при нагреве. В высокотемпературном состоянии присутствует только одна пружина, жесткость которой соответствует упругому модулю E_r, а

деформация равна текущей деформации системы $\bar{\varepsilon}$ (чертой обозначена полная деформация системы за вычетом температурной составляющей $\bar{\varepsilon} = \varepsilon - \varepsilon_T$). Дальнейшее охлаждение вызывает увеличение степени стеклования N и появление дополнительных пружин, каждая из которых соответствует приращению степени стеклования на величину ΔN и обладает жесткостью $\left(E_g - E_r\right)\Delta N$. Каждая пружина в момент своего возникновения не деформирована и имеет исходную длину $\bar{\varepsilon}_1$, соответствующую текущей деформации. Если в процессе последующего деформирования текущая деформация системы $\bar{\varepsilon}$ становится отличной от первоначальной длины элемента $\bar{\varepsilon}_1$, то удлинение элемента вызывает упругий отклик $\Delta\sigma = \left(E_g - E_r\right)\Delta N \cdot (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_1)$. Суммируя упругие отклики всех элементов и переходя к интегральной сумме, получаем определяющее соотношение модели [140], которое для одноосного случая имеет вид

$$\sigma = E_r\bar{\varepsilon} + \left(E_g - E_r\right)\int_0^{N_0}[\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_1(N)]dN\,. \qquad (3.31)$$

Здесь N_0 – текущее значение степени стеклования. Функция $\bar{\varepsilon}_1(N)$, которую можно назвать управляющей деформацией, содержит значения первоначальных длин элементов во всем диапазоне изменения параметра N. Аналогично функции управляющего напряжения $\sigma_1(q)$ в соотношении (3.1), функция $\bar{\varepsilon}_1(N)$ формируется на этапе возрастания N в процессе охлаждения и «воспроизводится» в обратной последовательности с убыванием N при последующем нагреве (здесь также реализуется Гипотеза 2). При этом, как и в (3.1), история деформирования должна отсчитываться от высокотемпературного состояния материала, в котором $N = 0$.

Сходство соотношений для сплавов (3.1) и полимеров (3.31) с памятью формы определяется, во-первых, введением интегрирования по доле мартенситной фазы и степени стеклования, элементарное приращение которых соответствует одному структурному элементу каждой из моделей, а во-вторых,

использованием функций управляющего напряжения и управляющей деформации, формирование и последующее воспроизведение которых происходит аналогичным образом и предполагает реализацию Гипотезы 2. Оба соотношения получены на основании анализа физических процессов, происходящих в этих материалах, с дальнейшим выходом на феноменологический уровень. Наряду со сравнительной простотой и небольшим числом материальных констант, определяемых из стандартных макромеханических испытаний, две рассмотренные модели достаточно полно описывают спектр термомеханических явлений, наблюдаемых в сплавах и полимерах с памятью формы (для последних это показано в монографии [140]), включая воспроизведение истории деформирования на этапе нагрева: эффект реверсивной памяти формы в СПФ [23, 24] и появление «горбов» различных знаков на термомеханической диаграмме нагрева полимеров [141].

3.4. Заключение по главе

На основании теоретических предпосылок раздела 2.2 разработана одномерная феноменологическая модель для описания процессов фазового и структурного деформирования СПФ. При построении модели выполнены два основных требования, вытекающих из анализа происходящих в материале физических процессов:

1. Фазовая и структурная деформации учитываются единообразно и не разделяются на две составляющие в определяющих соотношениях. Это представляется целесообразным, поскольку несмотря на различные механизмы формирования, оба типа деформации связаны с образованием ориентированного мартенсита.

2. Учитывается полная история деформирования посредством введения функции управляющего напряжения, что позволяет, во-первых, описать влияние последовательности фазовых и структурных превращений, испытываемых материалом при термосиловом воздействии, на обратный фазовый переход, а во-

вторых, описать процессы, связанные с неоднородным фазовым деформированием (наличием разных пределов структурного превращения у мартенситных элементов).

Введена в рассмотрение асимметрия диаграмм деформирования и прямого превращения при растяжении и сжатии; учтена возможность структурного превращения при изменении направления нагрузки.

Даны алгоритмические рекомендации к численной реализации модели.

Представлена геометрическая интерпретация модели, в рамках которой фазово-структурная деформация системы имеет смысл относительного изменения длины цепочки из последовательно соединенных структурных элементов при их превращении из аустенитных, имеющих сферическую форму, в продолговатые мартенситные с разным углом наклона к оси цепочки.

Предложенная модель отчасти является обобщением двух существующих феноменологических моделей для сплавов и полимеров с памятью формы, сопоставление с которыми приведено в главе.

Результаты, полученные в главе, опубликованы в [1, 2, 4, 6, 7, 9–12].

Глава 4. Примеры использования феноменологической модели

4.1. Определяющие соотношения и параметры материала

В работе используется суммирование упругой, фазово-структурной и (при наличии) пластической составляющих деформации:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{phst} + \varepsilon_{pl}. \tag{4.1}$$

Появление пластики при некоторых режимах нагружения рассматривается в разделах 5.3–5.4, в задачах настоящей главы последнее слагаемое в (4.1) отсутствует. Температурная деформация за малостью вклада не учитывается. В предположении аддитивности потенциала Гиббса для двухфазного материала упругая деформация вычисляется по правилу смеси через упругую мартенситную ε_M и аустенитную ε_A составляющие:

$$\varepsilon_e = q\varepsilon_M + (1-q)\varepsilon_A,$$

а упругий модуль системы $E(q)$, в соответствии с [16], определяется соотношением

$$\frac{1}{E(q)} = \frac{q}{E_M} + \frac{1-q}{E_A}.$$

Здесь E_M, E_A – модули Юнга мартенситной и аустенитной фаз. Для никелида титана $E_M = 33$ ГПа, $E_A = 62$ ГПа ([129]). Отсюда получаем выражение для упругой деформации:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E(q)} = q\frac{\sigma}{E_M} + (1-q)\frac{\sigma}{E_A}, \tag{4.2}$$

где σ – осевое напряжение.

Фазово-структурная деформация вычисляется с помощью соотношения (3.1) согласно алгоритму, описанному в разделе 3.1.4. В качестве материальных функций F_1 и f в настоящей главе используются зависимости вида (2.5) и (2.4), применимость которых для описания экспериментальных данных показана в

главе 2. Для функции F_1 используются экспериментально установленные материальные константы: $\sigma_0 = 150$ МПа, $e_{phst}^{\max} = 4{,}7\%$. Материальный параметр σ_{s0}^{st}, входящий в зависимость (2.4), для расчетов раздела 4.2.1 принимается равным значению 100 МПа, найденному из эксперимента. В задаче раздела 4.3 используется значение $\sigma_{s0}^{st}=0$, что соответствует случаю совпадения диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости, наблюдаемому экспериментально в работе [86]:

$$F_1 = F_2. \tag{4.3}$$

Такое допущение справедливо при структурном превращении вблизи температур прямого превращения, поскольку по свидетельству экспериментальных данных [124], для никелида титана напряжение σ_{s0}^{st} монотонно убывает с повышением температуры, причем минимальное его значение расположено в температурном интервале прямого превращения. Объемная деформация фазового превращения ε_V, входящая в определяющее соотношение (3.1), для никелида титана составляет 0,34% [130].

Для определения доли мартенситной фазы используются соотношения (3.10)–(3.11), учитывающие влияние действующего напряжения на сдвиг характерных температур превращения, и вытекающие из них условия (3.12), (3.14) прямого и обратного фазовых превращений. При этом характерные температуры превращений в отсутствие напряжений принимаются равными $M_s = 330\,\text{K}$, $M_f = 290\,\text{K}$, $A_s = 340\,\text{K}$, $A_f = 380\,\text{K}$ [129] (за исключением раздела 4.2.2, где из условия наилучшего совпадения с экспериментальными данными [16] приняты температуры $M_s = 320\,\text{K}$ и $M_f = 280\,\text{K}$), а коэффициент k составляет $\pm 2{,}48\cdot 10^{-6}$ (К·м^3)/Дж (см. раздел 3.1.3). Все материальные характеристики, приведенные в настоящем разделе, относятся к равноатомному никелиду титана.

Отметим, что в работе используются определяющие соотношения для малых деформаций, хотя прогнозируемые теорией и наблюдаемые в эксперименте деформации составляют порядка 10%. Как показывают расчеты, в случае

рассматриваемого в работе одноосного напряженного состояния при деформациях такого уровня применение подходов для малых и для конечных деформаций не дает большого различия в результатах, и отсутствие учета больших деформаций не вызывает значительного расхождения с экспериментальными данными.

4.2. Описание макромеханических эффектов в сплавах с памятью формы

4.2.1. Эффект монотонной памяти формы

Явление прямого и обратного мартенситного превращения обусловливает важнейшее свойство СПФ – способность длительное время сохранять деформированное состояние даже в отсутствие нагрузки и восстанавливать исходную форму под воздействием внешних параметров, в частности, температуры. Цикл памяти формы состоит из двух этапов: создания деформированного состояния в ходе прямого превращения под действием напряжения (кривая I*a* на рис. 4.1) или в результате структурного деформирования мартенсита (I*b*) и восстановления первоначальной формы в ходе обратного превращения при нагреве либо в свободном состоянии (II*a*), либо под нагрузкой (II*b*). В зависимости от характера восстановления деформации на этапе нагрева различают монотонную и реверсивную память формы, последняя будет описана в разделе 4.2.3.

Рассмотрим процесс однородного фазового деформирования, при котором образование мартенситных элементов происходит при охлаждении под действием постоянного растягивающего напряжения σ (кривая I*a*); в случае, изображенном на рис. 4.1, σ=200 МПа. В рамках развиваемой модели (3.1) фазово-структурная составляющая деформации, накапливаемая в этом процессе, соответствует произведению доли мартенситной фазы на постоянную величину:

$$\varepsilon_{phst} = q\left(F_1(\sigma_1) + \varepsilon_V\right), \tag{4.4}$$

причем $\sigma_1 = \sigma$. Если на этапе нагрева действующее растягивающее напряжение не превышает предела структурного превращения мартенситных элементов, равного $f(\sigma_1)$, то независимо от величины нагрузки фазово-структурная деформация обратного превращения также определяется соотношением (4.4), одинаково для случаев II*a* и II*b*.

В случае I*b*, когда начальная деформация сообщается материалу в результате структурного превращения при растяжении хаотического мартенсита до напряжения $f(\sigma)$, эквивалентного σ, образец получает такую же по величине фазово-структурную составляющую деформации, что и в случае I*a*. Тогда, согласно Гипотезе 1, процесс обратного превращения опишется также зависимостью (4.4).

На рис. 4.1 приведены результаты моделирования эффекта монотонной памяти формы для двух вариантов создания деформированного состояния (I*a* – охлаждение под постоянной нагрузкой σ и I*b* – структурное превращение под напряжением, эквивалентным σ) и двух вариантов процесса восстановления (II*a* – нагрев в свободном состоянии и II*b* – нагрев под постоянным напряжением σ). По оси ординат отложена полная деформация, равная сумме упругой и фазово-структурной составляющих (4.1). Диаграмма I*a* в начальной точке *B* содержит упругую деформацию аустенитной фазы (участок упругого нагружения *AB*). После завершения охлаждения для реализации случая II*a* производится упругая разгрузка до точки *D*, при этом разность длин участков $AB = \sigma / E_A$ и $CD = \sigma / E_M$ объясняется различием упругих модулей аустенитной и мартенситной фаз. Начальная точка *F* участка структурного деформирования *FG* соответствует деформации хаотического мартенсита, равной объемному эффекту превращения ε_V. Для реализации последующего нагрева из точки *G*, соответствующей напряжению $f(\sigma)$, производится полная (*GD*) или частичная (*GC*, на величину напряжения $(f(\sigma) - \sigma)$) разгрузка. Диаграммы обратного превращения II*a* и II*b* содержат одинаковую по величине восстанавливаемую фазово-структурную деформацию ε_{phst} и имеют одинаковый характер ее восстановления. Кроме

наличия упругой составляющей деформации, диаграмма II*b* отличается также сдвигом характерных температур превращения A_s и A_f, вызванным действием напряжения и определяемым соотношением (3.11).

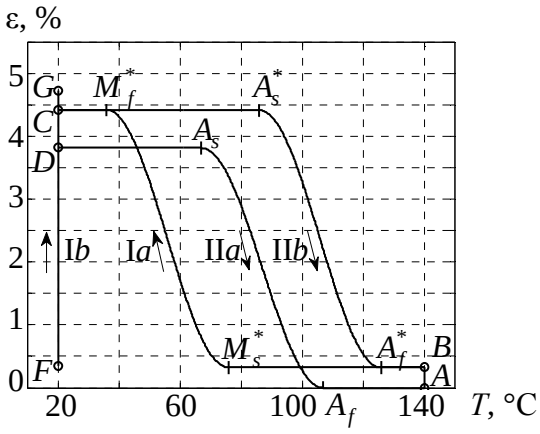


Рис. 4.1. Эффект монотонной памяти формы

4.2.2. Прямое превращение при ступенчатом уменьшении нагрузки

Рассматривается случай прямого фазового перехода в процессе охлаждения под действием кусочно-постоянного растягивающего напряжения, величина которого в начале процесса составляет σ_h, а затем при температуре T_0, лежащей внутри интервала прямого превращения, скачком уменьшается до значения σ_l. При этом фазово-структурная деформация, определяемая интегралом (3.1), до уменьшения напряжения составляет

$$\varepsilon_{phst} = q\left(F_1(\sigma_h) + \varepsilon_V\right), \tag{4.5}$$

а после частичной разгрузки равняется

$$\varepsilon_{phst} = q_0\left(F_1(\sigma_h) + \varepsilon_V\right) + (q - q_0)\cdot\left(F_1(\sigma_l) + \varepsilon_V\right). \tag{4.6}$$

Здесь q_0 – доля мартенситной фазы в момент уменьшения нагрузки.

Согласно соотношению (3.11), снижение нагрузки вызывает уменьшение характерных температур прямого превращения. При этом реализуется случай I, описанный в разделе 3.1.3 и связанный с приостановлением процесса прямого превращения до того момента, пока уменьшающаяся температура не достигнет

значения, соответствующего текущей величине q_0 на изменившейся зависимости $q(T)$ (см. рис. 3.1). Это приводит к появлению горизонтальной площадки на термомеханической диаграмме (рис. 4.2). В действительности же образование мартенсита не прекращается, а лишь протекает с уменьшенной интенсивностью, что иллюстрируется экспериментальной зависимостью рис. 4.2. Соотношения, отражающие этот факт, предложены в работах [135, 136].

На рис. 4.2 представлена полученная таким образом теоретическая зависимость полной деформации, накапливаемой в ходе прямого превращения, от температуры (сплошная линия) в сравнении с экспериментальными данными для никелида титана работы [16] (пунктирная линия). При этом используются параметры нагружения, совпадающие с экспериментальными: $\sigma_h = 200$ МПа, $\sigma_l = 50$ МПа, $T_0 = 50$°C. Можно отметить качественное соответствие результатов.

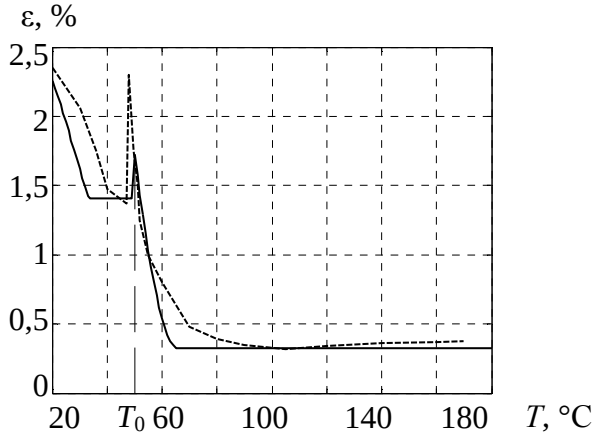


Рис. 4.2. Прямое превращение при ступенчатом уменьшении нагрузки. Сплошная линия – модель, пунктир – эксперимент [16]

4.2.3. Эффект реверсивной памяти формы

В данном разделе приведено описание процесса, связанного со знакопеременным нагружением СПФ и реализующего эффект реверсивной памяти формы. Образец начинает охлаждаться под действием постоянного растягивающего напряжения σ^+, а при температуре T_0, лежащей внутри

интервала прямого превращения, нагрузка меняет знак и становится равной $\sigma^- = -\sigma^+$. Далее производится охлаждение под напряжением σ^- до полного завершения прямого фазового перехода, а затем образец нагревается без нагрузки до первоначального аустенитного состояния. При этом значения нагрузки и температуры T_0 подобраны таким образом, чтобы после разгрузки образца в мартенситном состоянии его фазово-структурная деформация была близка к нулю: $\sigma^+ = 100$ МПа и $T_0 = 36$°C. При описании процесса для простоты не учитывается асимметрия растяжения и сжатия, коэффициенты масштабирования k_σ и k_ε равны единице.

В момент смены знака нагрузки в результате превышения предела структурного превращения σ_{st}^{+-}, определяемого соотношением (3.8), происходит переориентация образовавшихся ранее структурных элементов; новое значение управляющего напряжения для них вычисляется согласно выражению (3.6). Таким образом, функция управляющего напряжения $\sigma_1(q)$ в рассматриваемом процессе имеет кусочно-постоянный вид:

$$\sigma_1(q) = \begin{cases} \sigma^+ + \sigma^- + \sigma_{st}^{+-}, \ q \le q(T_0); \\ \sigma^-, \ q > q(T_0). \end{cases} \tag{4.7}$$

Результаты моделирования этого процесса с помощью соотношения (3.1) с учетом функции (4.7) приведены на рис. 4.3 (сплошная линия).

В одной из ранних работ А.А. Мовчана [63] был предложен способ учета эффекта реверсивной памяти формы, отличный от описанного в разделе 3.1.2. Он заключается в том, что зависимость фазовой деформации от доли мартенсита для обратного превращения выбирается аналогично зависимости для прямого превращения, но с масштабным коэффициентом λ_0. Выражения для осевой компоненты тензора фазовой деформации, полученные после ряда преобразований на основании работы [63], приведены в [137]:

$$d\varepsilon_{phst} = \left(c_0\sigma(1 - a_0 q) + a_0\varepsilon_{phst}\right)dq \tag{4.8}$$

для прямого превращения и

$$d\varepsilon_{phst} = \left(\lambda_0 c_0 \sigma'(1 - a_0 q) + (1 - \lambda_0) \frac{a_0 \varepsilon_{phst0}}{e^{a_0} - 1} \right) dq \qquad (4.9)$$

для обратного. Здесь λ_0, c_0, a_0 – константы материала; σ' – значение осевого напряжения σ этапа прямого превращения, соответствующее текущему значению q этапа обратного превращения; ε_{phst0} – значение фазово-структурной деформации в момент конца прямого превращения, близкое к нулю в случае реверсивной памяти формы. К недостаткам этой модели можно отнести отсутствие физического обоснования введения коэффициента λ_0. Результаты описания рассматриваемого процесса с помощью этой модели представлены также на рис. 4.3 (пунктирная линия). Для расчета были приняты значения констант $\lambda_0 = 0,45$, $c_0 = 3,4 \cdot 10^{-4}$ МПа$^{-1}$, $a_0 = 0,01$, при этом не учитывался сдвиг характерных температур превращений от действия напряжения.

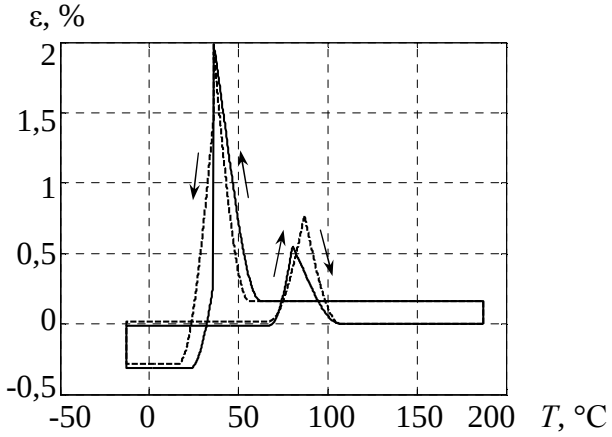


Рис. 4.3. Эффект реверсивной памяти формы. Сплошная линия – модель (3.1), пунктир – модель (4.8)–(4.9)

Из представленной на рисунке 4.3 расчетной зависимости осевой деформации от температуры видно, что обе модели качественно аналогично описывают процесс реверсивного формоизменения. Пик кривой возврата деформации повторяет форму пика кривой накопления деформации, что соответствует явлению реверсивной памяти формы, но его высота значительно

меньше, что связано с переориентацией части мартенситных ячеек при приложении нагрузки противоположного знака.

4.3. Модельная задача. Совместное деформирование пакета стержней

Рассматривается задача о совместном деформировании пакета стержней при охлаждении и нагреве в неоднородном температурном поле под действием внешнего усилия. Расчетная схема приведена на рис. 4.4. Задача в аналогичной постановке для полимеров с памятью формы была решена в [140], здесь она представлена для СПФ. Стержни, имеющие одинаковую начальную длину L, расположены в пакете горизонтально друг над другом без зазоров, так что в однородном фазовом состоянии предполагается однородность температурных свойств по высоте пакета, однако трение между стержнями отсутствует. Левые концы стержней жестко защемлены, правые шарнирно присоединены к жесткой оправке, имеющей возможность горизонтального перемещения и поворота в плоскости чертежа относительно центра на угол φ. На оправку в направлении, перпендикулярном оси x, действует сила P, постоянная на этапах охлаждения и нагрева. При этом каждый стержень в процессе деформирования испытывает одноосное растяжение или сжатие.

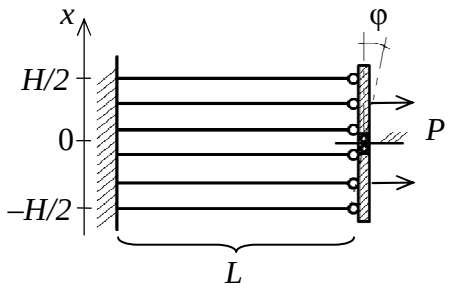


Рис. 4.4. Расчетная схема модельной задачи

Изначально пакет находится в аустенитном состоянии в однородном температурном поле при $T_1 > M_s$. Изменение температурного поля происходит за

счет теплообмена с окружающей средой через грань верхнего стержня, на которой задаются граничные условия III рода. Остальные поверхности теплоизолированы. Сначала производится охлаждение пакета до перехода всех стержней в полностью мартенситное состояние, для чего температура окружающей среды задается равной $T_2 < M_f$. В результате фазового превращения в неоднородном поле температур в пакете накапливаются фазово-структурные деформации и остаточные напряжения, распределение которых также неоднородно по высоте пакета. Затем, после установления в стержнях одинаковой температуры T_3 ($T_2 < T_3 < A_s$, в целях экономии вычислительных ресурсов процесс нагрева стержней от T_2 до T_3 при решении задачи не рассматривается, так как он не сопровождается фазовыми превращениями и, следовательно, не приводит к изменению напряженно-деформированного состояния системы), пакет с остаточными напряжениями и деформациями подвергается обратному фазовому превращению при нагреве за счет задания температуры окружающей среды равной $T_4 > A_f$. Считается, что в процессе охлаждения/нагрева температура одинакова внутри каждого стержня и изменяется дискретно по высоте пакета, при этом фазовые переходы в стержнях осуществляются постепенно в интервалах температур фазовых превращений. Выделяемая (поглощаемая) при переходах теплота также оказывает влияние на изменение температурного поля. Неоднородность поля температур приводит к неравномерному распределению фазовой деформации по высоте пакета, что, в свою очередь, вызывает перераспределение усилий в стержнях и может приводить к структурному деформированию образовавшегося ранее мартенсита.

Математическую постановку задачи можно разделить на температурную и механическую части, связанные через параметр q. Температурная задача включает связное уравнение энергетического баланса (3.15), в котором x для рассматриваемой схемы – вертикальная координата с началом отсчета в середине пакета. При этом напряжение в стержнях зависит от координаты стержня и изменяется во времени: $\sigma = \sigma(x,t)$. Граничные условия температурной задачи

соответствуют теплоизоляции нижней грани и возможности конвективного теплообмена через верхнюю грань пакета:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=-H/2} = 0;$$

$$\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=H/2} = -h\left(T(x,t) - T_{\text{ср}}\right).$$

Здесь $T_{\text{ср}}$ – температура среды, H – высота пакета, h – коэффициент теплоотдачи.

Постановка механической задачи включает определяющие соотношения, перечисленные в разделе 4.1. С учетом возможности поворота жесткой оправки на угол φ условие совместности деформаций стержней имеет вид:

$$\frac{\partial l(x,t)}{\partial x} = L\frac{\partial \varepsilon(x,t)}{\partial x} = \phi(t),$$

где l – текущая длина стержня, а граничные условия соответствуют нагрузке на торце пакета – приложенной силе P и отсутствию изгибающего момента:

$$b\int_{-H/2}^{H/2} \sigma(x)\,dx = P;$$

$$b\int_{-H/2}^{H/2} x\cdot\sigma(x)\,dx = 0,$$

b – ширина стержней.

Задача решалась методом конечных разностей с шагом по времени 10 с, исследована численная (практическая) сходимость решения. Пакет высотой 1 м включает 100 стержней единичной длины и единичной суммарной площади поперечных сечений. Параметры расчета приведены в Таблице 4.1.

Таблица 4.1. Константы материала и параметры расчета

Параметр	Значение	Источник
Усилие	$P = 20$ МН	–
Температуры	$T_1 = 350\,\text{K},\ T_2 = 220\,\text{K},$ $T_3 = 330\,\text{K},\ T_4 = 450\,\text{K}$	–
Коэффициент теплоотдачи	$h = 30\,\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{K})$	–
Теплопроводности	$\lambda_M = 8,6\,\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K}),$ $\lambda_A = 18\,\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$	[142]
Удельная теплоемкость	$c = 500\,\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$	[139]

Выполнено три варианта расчетов: в первом случае учтена только фазовая деформация без возможности структурного превращения, во втором – фазово-структурная деформация. В третьем варианте добавляется учет асимметрии растяжения и сжатия (раздел 3.1.2). Температурная деформация, как и прежде, не учитывается. Кроме того, не учитывается возможность структурного превращения при изменении знака нагрузки, описанная в разделе 3.1.2, поскольку считается, что рассматриваемый в задаче уровень напряжений недостаточен для ее проявления. В результате расчетов получена зависимость напряжения и фазово-структурной деформации для каждого стержня от времени, а также распределение напряжений и деформаций по высоте пакета в каждый момент времени в процессе охлаждения и последующего нагрева.

На рисунках 4.5*а* и 4.5*б* представлено изменение во времени температуры и доли мартенситной фазы в верхнем $(x = H/2)$ и наиболее теплоизолированном нижнем $(x = -H/2)$ стержнях пакета в процессе охлаждения и последующего нагрева. Данные зависимости практически не различаются для трех вариантов расчета. Как видно из рисунка 4.5*б*, прямой и обратный фазовые переходы при заданном температурном режиме полностью протекают в рассматриваемых временных интервалах, поскольку данные интервалы содержат полный диапазон изменения доли мартенситной фазы от нуля до единицы для крайних стержней пакета.

а) *б)*

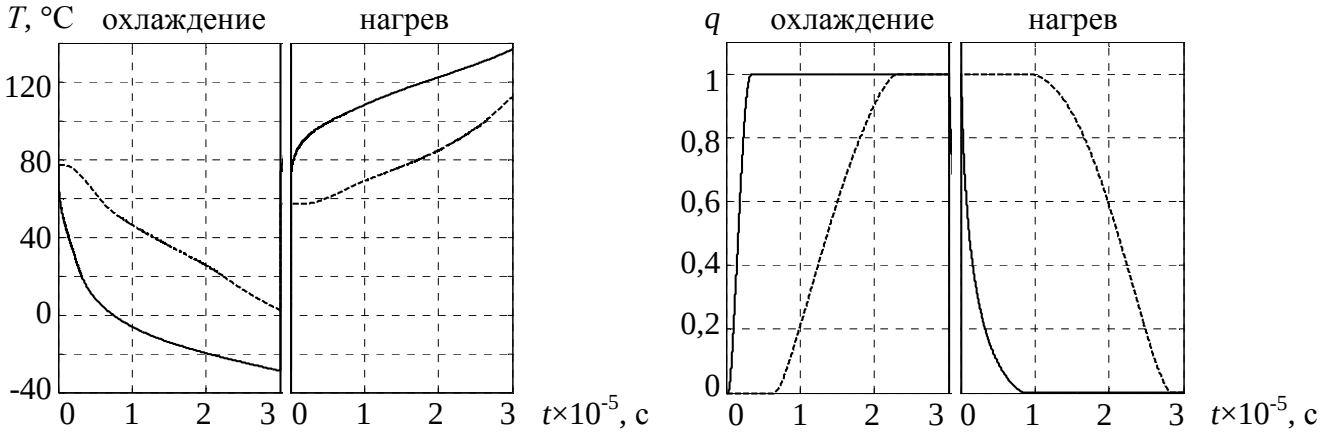


Рис. 4.5. Изменение во времени температуры (*а*) и доли мартенситной фазы (*б*) в крайних стержнях пакета: сплошная линия – $x = H/2$, пунктир – $x = -H/2$

Изменение осевого напряжения во времени в крайних стержнях пакета для трех вариантов расчета представлено на рис. 4.6. На основании этих зависимостей строится функция управляющего напряжения $\sigma_1(q)$, на рис. 4.7 она представлена для крайних стержней в конечных точках процесса: к моменту окончания охлаждения (синий) и к моменту обратного превращения при нагреве (красный). Так, на графиках рис. 4.6 красным цветом выделены участки, соответствующие возрастанию доли мартенситной фазы q на этапе прямого превращения. Значения функции $\sigma_1(q)$ до переориентации определяются напряжениями на этих участках; в варианте расчета I, не учитывающем структурное превращение, они остаются неизменными на протяжении всего процесса деформирования (диаграммы рис. 4.7*а* совпадают с участками красного цвета на рис. 4.6*а*). При наличии структурного превращения (варианты расчета II–III) значения функции $\sigma_1(q)$ в конечных точках процесса с учетом (4.3) определяются максимальными (по абсолютной величине) значениями напряжений в стержнях за всю историю существования мартенситных элементов (красные точки на графиках рис. 4.6). При этом структурное превращение может происходить как на этапе охлаждения,

так и нагрева, чем объясняется несовпадение диаграмм $\sigma_1(q)$ на этих двух этапах (синие и красные линии) на рис. 4.7*а–в*. Зеленым цветом на рис. 4.6 выделены участки, на которых отсутствует мартенситная фаза $(q=0)$, следовательно, экстремумы напряжений на этих участках не влияют на вид функции $\sigma_1(q)$. В случае переориентации мартенсита в рассматриваемой задаче на функции управляющего напряжения появляются скачки (рис. 4.7*б, в*), поскольку для части мартенситных элементов ее значение изменяетя. Учет асимметрии растяжения и сжатия в варианте расчета III привел к возрастанию (по модулю) отрицательных значений функции $\sigma_1(q)$ (рис. 4.7*в*).

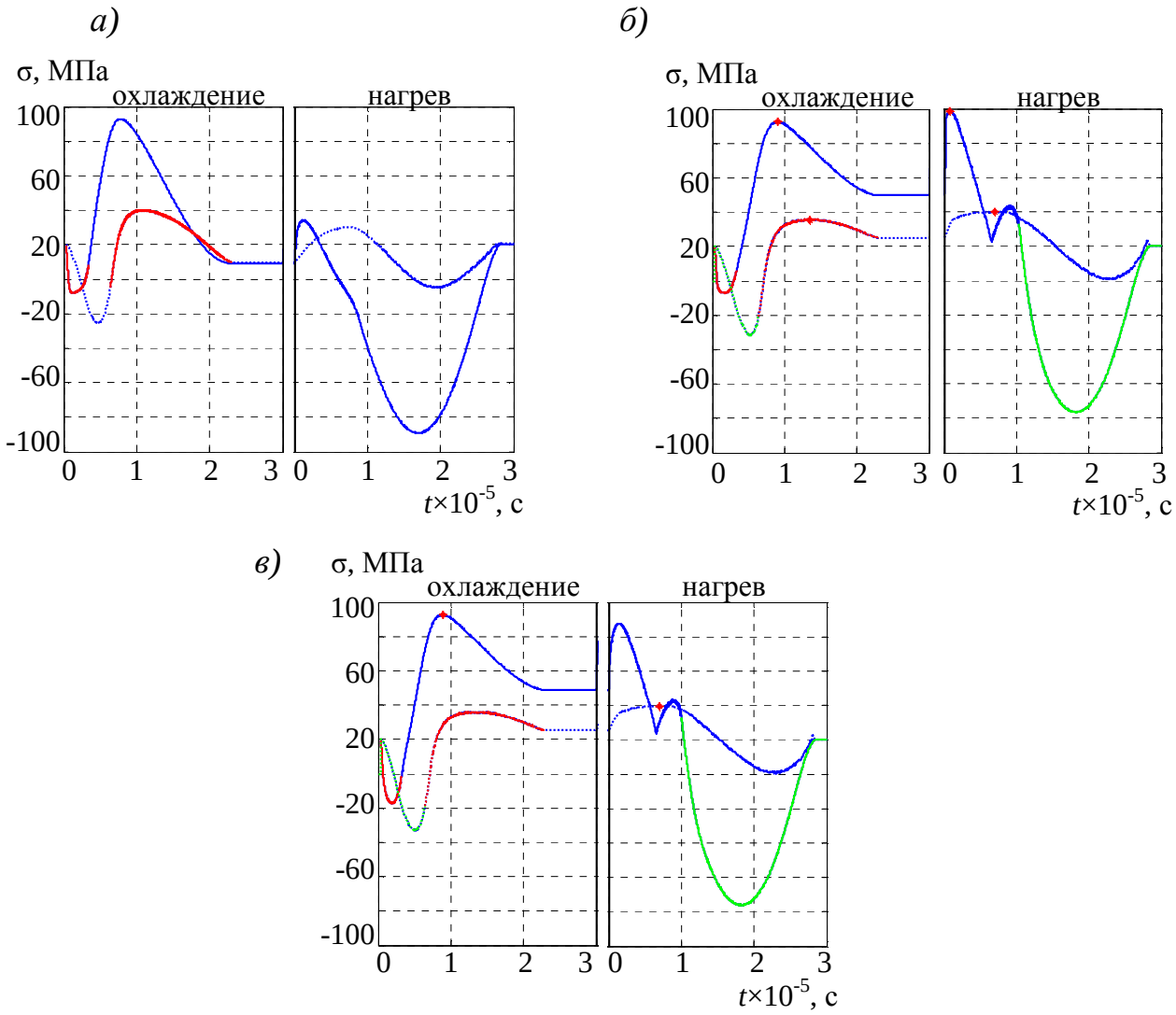


Рис. 4.6. Изменение осевого напряжения во времени при охлаждении и нагреве в крайних стержнях пакета для вариантов расчета I (*а*), II (*б*), III (*в*): сплошная линия – $x = H/2$, пунктир – $x = -H/2$

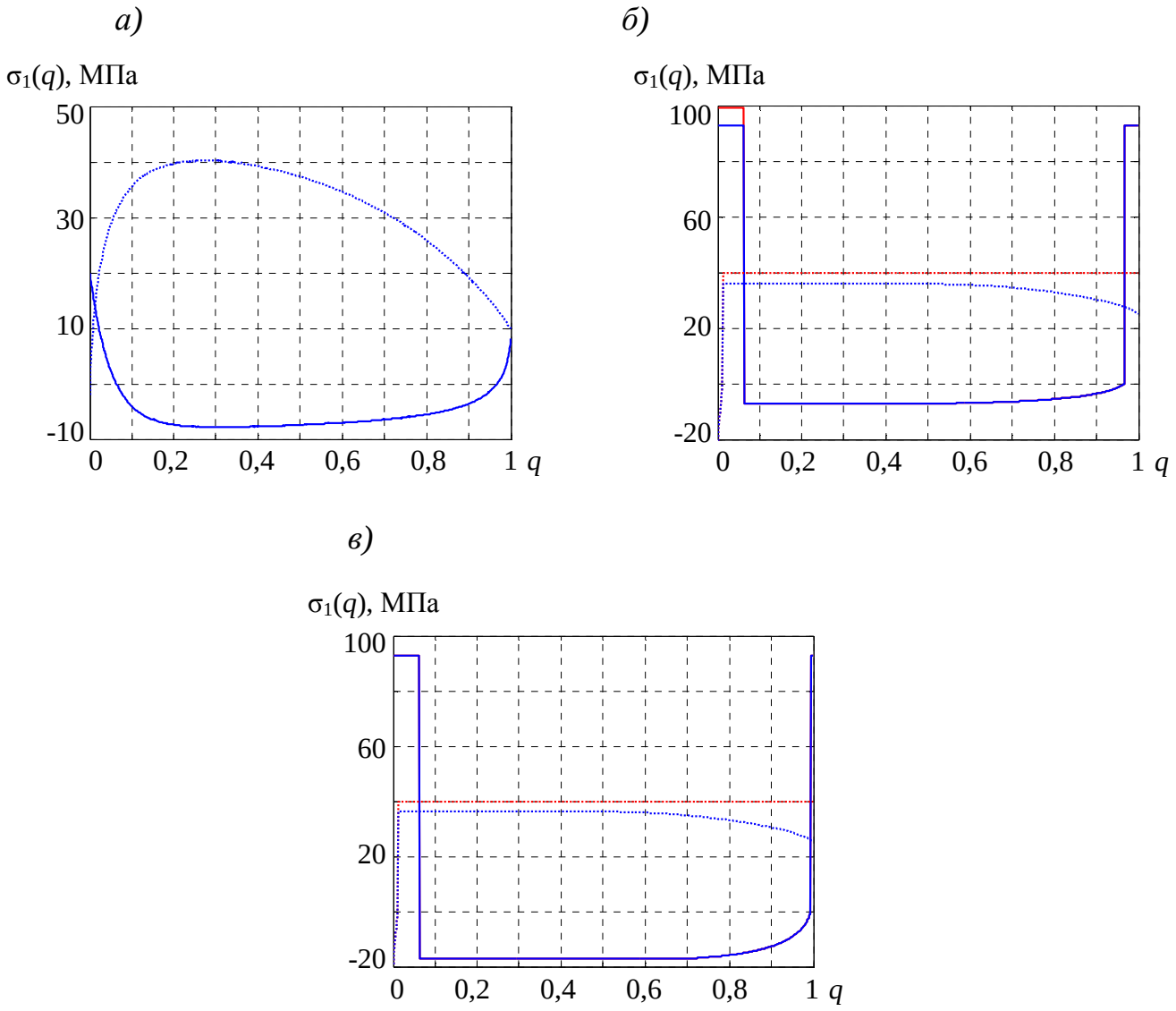


Рис. 4.7. Функция управляющего напряжения для крайних стержней пакета для вариантов расчета I (*а*), II (*б*), III (*в*): сплошная линия – $x = H / 2$, пунктир – $x = -H / 2$; синий цвет – к моменту окончания охлаждения, красный – к моменту обратного превращения при нагреве

Результаты трех вариантов расчетов приведены на рис. 4.8. Рисунки 4.8*а* и 4.8*б* демонстрируют распределение по высоте пакета остаточных напряжений и фазово-структурных деформаций после охлаждения. На рисунке 4.8*в* приведена эволюция фазово-структурной деформации в крайних стержнях пакета при охлаждении и нагреве. Рост этой деформации в нижнем стержне (при $x = -H / 2$) на начальном этапе нагрева для вариантов расчета II–III объясняется процессами структурного превращения. На рисунке 4.8*г* представлено изменение угла

поворота жесткой оправки при охлаждении и нагреве, которое вследствие перераспределения напряжений и изменения фазово-структурных деформаций стержней происходит немонотонно. Как показывают рисунки 4.8*в* и 4.8*г*, обратное фазовое превращение в процессе нагрева приводит к восстановлению исходного недеформированного состояния системы.

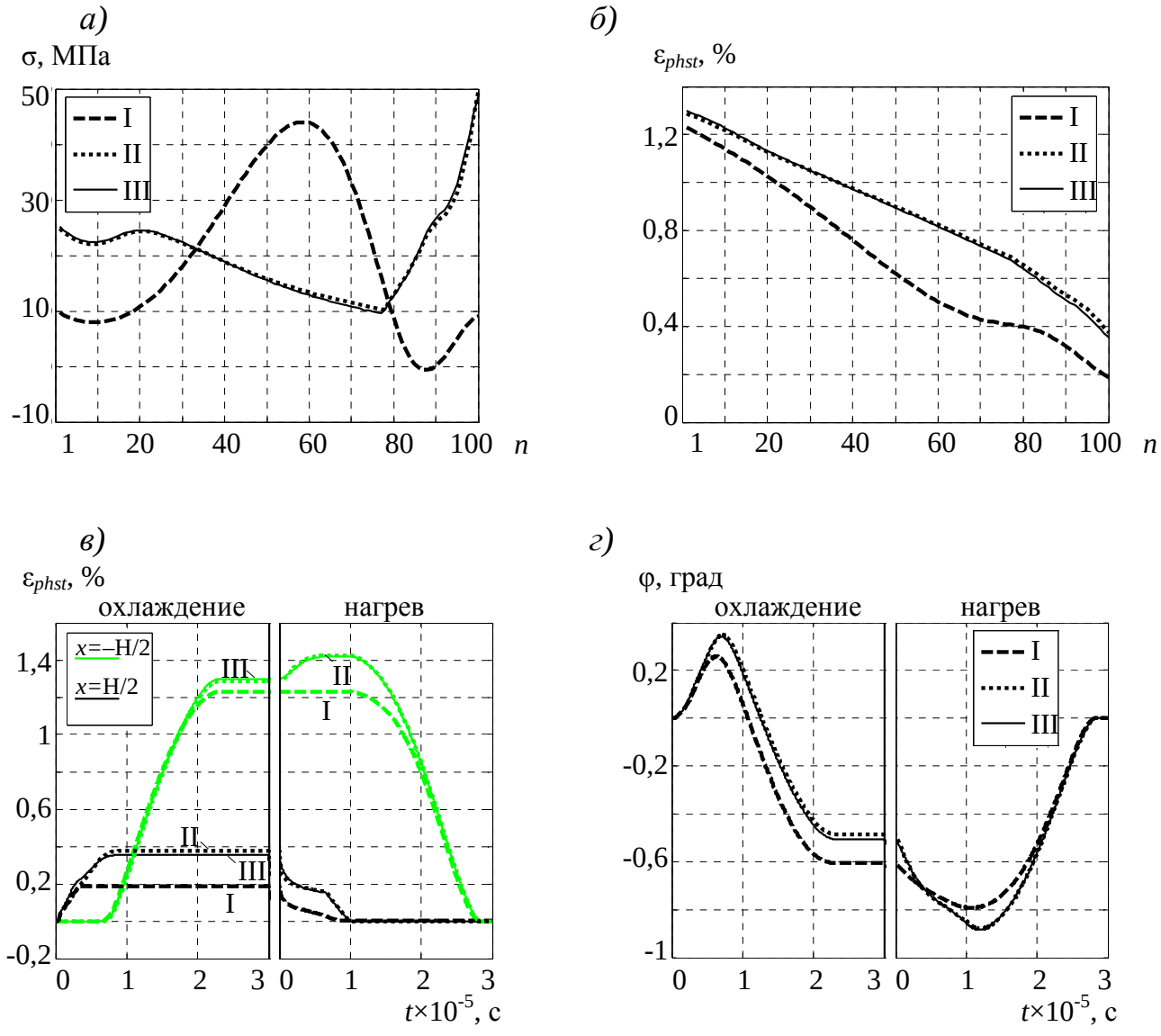


Рис. 4.8. Результаты расчетов I–III: распределение остаточных напряжений (*а*) и фазово-структурных деформаций (*б*) по высоте пакета после охлаждения, эволюция при охлаждении и нагреве фазово-структурной деформации (*в*) и угла поворота жесткой оправки (*г*)

Приведенные на рисунках 4.8*а–г* результаты расчетов показывают, что решение I, не учитывающее структурную деформацию, качественно и количественно существенно отличается от решений II–III, что свидетельствует о необходимости учета структурного превращения при моделировании. Добавление асимметрии растяжения и сжатия (вариант расчета III) на результаты влияет незначительно, что объясняется характером нагружения: сжимающие напряжения, сопоставимые по величине с максимальными растягивающими, развиваются в части стержней пакета лишь в аустенитном состоянии, тогда как фазовые превращения происходят в основном под действием растягивающих напряжений.

Стержни в рассмотренной задаче, как и большинство реальных конструктивных элементов из СПФ в процессе их эксплуатации, подвергаются охлаждению и нагреву через диапазон температур фазовых превращений при изменяющихся по величине и знаку напряжениях. При этом возникает ряд эффектов, оказывающих существенное влияние на напряженно-деформированное состояние конструкции: сдвиг характерных температур превращения от действия напряжения, прямой и обратный фазовые переходы при возрастании и уменьшении нагрузки, связанные с образованием и исчезновением мартенсита напряжения, структурное превращение части мартенсита. Кроме того, проявляется зависимость деформации обратного фазового превращения от истории нагружения, обусловленная неоднородным фазовым деформированием. Поэтому при проведении расчета необходимо включать в рассмотрение все перечисленные факторы, что позволяет делать предложенный в главе 3 подход.

4.4. Заключение по главе

В главе приведены примеры использования модели для фазово-структурных деформаций, изложенной в главе 3, применительно к случаям одноосного напряженного состояния СПФ, реализующегося в различных термосиловых условиях. Поскольку разрабатываемая модель определяет только фазово-

структурную составляющую деформации, то она должна быть интегрирована в определяющие соотношения, включающие другие типы деформации: упругую, пластическую и т.д. В настоящей работе в рамках предположения малости деформаций используется суммирование различных составляющих деформации (4.1).

Для случаев однородного напряженно-деформированного состояния рассмотрены эффекты монотонной и реверсивной памяти формы (для последней приведено сопоставление с результатами другой модели), а также процесс прямого превращения при ступенчатом уменьшении нагрузки, для которого выполнено сравнение с экспериментальными данными из литературы. Решена краевая задача о деформировании в условиях неоднородного поля температур конструкции из СПФ, каждый элемент которой находится в одноосном напряженном состоянии. Используемое при этом уравнение энергетического баланса (3.15) учитывает как наличие латентного тепла, выделяемого (поглощаемого) при фазовых переходах, так и диссипацию энергии на деформации фазовых и структурных превращений, что делает задачу связанной. Показана необходимость учета структурной деформации при определении напряженно-деформированного состояния конструкции.

Результаты, полученные в главе, опубликованы в [1, 4, 6, 7, 9–12].

Глава 5. Изотермическое деформирование сплава с памятью формы в разных температурных интервалах

5.1. Температурная зависимость диаграмм деформирования сплавов с памятью формы

Температура является одним из основных факторов, определяющих кинетику мартенситного превращения в СПФ. Поэтому диаграммы изотермического деформирования, получаемые при нагружении и последующей разгрузке образцов из СПФ при разных постоянных температурах, отличаются не только количественно, но и качественно. Определяющее значение при этом имеет расположение температуры деформирования относительно температур фазовых переходов.

При изотермическом нагружении образца из СПФ в материале могут происходить следующие процессы: структурное деформирование, связанное с переориентацией ячеек мартенсита; образование ориентированного мартенсита напряжения из аустенитной фазы в результате приложения нагрузки; необратимое пластическое деформирование мартенсита или аустенита. При последующей разгрузке возможно полное или частичное снятие накопленной фазовой деформации. Степень реализации всех перечисленных процессов зависит от температуры деформирования, что обусловливает качественное различие деформационных кривых, получаемых из испытаний на изотермическое растяжение (сжатие) при разных температурах. Наиболее яркими примерами такого различия могут служить эффекты мартенситной неупругости и сверхупругости. Для первой характерно накопление структурной деформации, сохраняющейся при разгрузке. В случае сверхупругости, реализующейся при более высоких температурах, образуется мартенсит напряжения, который исчезает после снятия нагрузки (см. рис. 1.3*а* и *б*).

Зависимость деформационных кривых от температуры при растяжении хорошо изучена экспериментально для различных сплавов с памятью формы: никелида титана [143–145], сплавов на основе меди [146], золота [147], серебра [148] и других. Что касается теоретических исследований, имеется ряд моделей как отечественных, так и зарубежных авторов, позволяющих описывать диаграммы деформирования сплавов с памятью при различных температурах с учетом их температурной эволюции [37, 87, 149, 150]. Многие работы посвящены конкретно моделированию эффектов мартенситной неупругости и сверхупругости [33, 76, 85, 151, 152].

Влияние расположения температуры испытания относительно характерных температур фазовых переходов на вид деформационной кривой отмечено в [153]: по мере приближения к температурному интервалу прямого перехода как со стороны низких, так и высоких температур наблюдается снижение порогового напряжения прямого мартенситного превращения, называемого также напряжением мартенситного сдвига или фазовым пределом текучести. Об этом также свидетельствуют экспериментальные данные [111], полученные при изотермическом растяжении проволоки из никелида титана при разных температурах деформирования. На основании анализа экспериментальных данных Р.Дж. Василевский [25] выделяет три температурных интервала ниже температуры начала обратного мартенситного перехода, воздействие напряжения в которых вызывает различные последовательности фазовых и структурных переходов. Это структурное превращение (образование ориентированного мартенсита) в интервале ниже температуры окончания прямого мартенситного перехода M_f, фазовое превращение (образование мартенсита напряжения из аустенитной фазы) в интервале выше температуры начала прямого мартенситного перехода M_s и совокупность этих двух процессов при деформировании внутри интервала прямого перехода. Анализируя фазовую диаграмму СПФ при более высоких температурах, кроме трех перечисленных случаев можно выделить еще четыре, что будет показано далее в настоящей главе.

В главе предлагается способ классификации и описания возможных видов деформационных кривых СПФ, получаемых при изотермическом нагружении и разгрузке в различных температурных интервалах. Для расчетов используется феноменологическая модель, описанная в главе 3. Ее преимуществом применительно к данной задаче является способность единообразно учитывать вклады фазовой и структурной составляющих деформации в полную деформацию системы и не делать различия между ними при описании последующей истории деформирования. Это особенно удобно для моделирования изотермического нагружения СПФ, поскольку при растяжении образца в интервале температур прямого мартенситного превращения в материале одновременно происходят процессы как структурного, так и фазового превращений [25], однако последующее поведение возникающего при этом ориентированного мартенсита не зависит от механизма его появления.

Говоря об изотермическом деформировании образцов из СПФ, будем иметь в виду, что нагружение происходит достаточно медленно, и выделяемая (поглощаемая) при фазовых переходах теплота успевает отводиться, так что процесс может считаться изотермическим.

5.2. Построение фазовой диаграммы

Термодинамическое соотношение (3.11), описывающее зависимость характерных температур превращения от действующего напряжения, удобно представить в виде фазовой диаграммы, которая позволяет для различных режимов изменения температуры и нагрузки определить фазовый состав материала. Диаграмма, приведенная на рис. 5.1, построена с учетом механических свойств равноатомного никелида титана для случая растяжения. Для определения изменения фазовой деформации в процессе перехода $\left[\varepsilon_{ph}\right]$, входящей в (3.11), использовалось соотношение (3.13), а содержащаяся в нем диаграмма прямого превращения $F_1(\sigma_1)$ определялась на основании геометрической интерпретации

модели (раздел 3.2) при помощи соотношений (3.23)–(3.25) с граничными условиями (3.19)–(3.22). При этом использовались следующие материальные константы: характерные температуры превращения в отсутствие напряжений $M_s = 330\,\text{K}$, $M_f = 290\,\text{K}$, $A_s = 340\,\text{K}$, $A_f = 380\,\text{K}$ [129], объемная деформация фазового превращения ε_V=0,34% [130]. Как и прежде, используется предположение о постоянстве ширины температурных интервалов. Значения предельного напряжения фазового превращения σ_m и максимума осевой компоненты девиатора фазово-структурной деформации $e_{phst}^{\max}$, входящие в (3.19)–(3.20), (3.23)–(3.24), определялись из аппроксимации экспериментальных данных работы [26] (см. раздел 3.2) и составили $e_{phst}^{\max}$=5,25%, σ_m=310 МПа.

Напряжения σ_s^M и σ_f^M на диаграмме соответствуют началу и окончанию прямого мартенситного превращения, σ_s^A и σ_f^A – обратного. Прямой и обратный фазовые переходы в материале могут быть реализованы как при охлаждении и нагреве под постоянным напряжением или без него, так и в процессе нагрузки и последующей разгрузки при фиксированной температуре. Первому случаю соответствуют горизонтальные линии на фазовой диаграмме; точки пересечения их с кривыми σ_s^M, σ_f^M, σ_s^A, σ_f^A определяют температуры начала и окончания мартенситных переходов для разных уровней напряжения. Второй случай иллюстрируют вертикальные линии, называемые изотермами нагружения. Их пересечение с линиями фазовой диаграммы определяет напряжения начала и окончания прямого и обратного фазовых переходов при разных температурах. Для определенности здесь и далее будем считать, что температура изотермического деформирования устанавливается после охлаждения материала в отсутствие нагрузки из полностью аустенитного состояния.

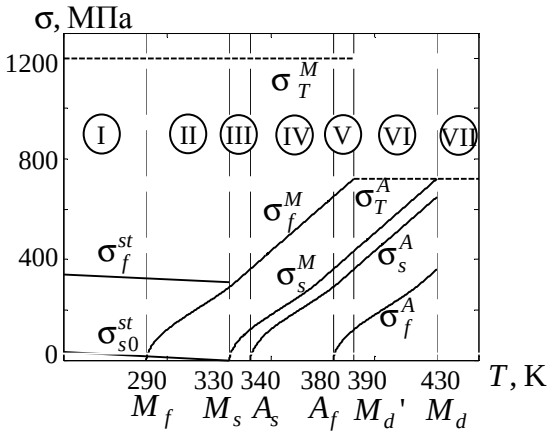


Рис. 5.1. Фазовая диаграмма никелида титана

Качественный вид диаграмм изотермического деформирования СПФ определяется не только наличием фазовых переходов, но и процессами структурного превращения и пластического деформирования. Поэтому кроме линий фазовых переходов, на диаграмме рис. 5.1 нанесены также напряжения начала и окончания структурного перехода σ_{s0}^{st} и σ_f^{st} и пределы текучести мартенситной и аустенитной фаз σ_T^M и σ_T^A.

Как было отмечено в разделе 2.2, диаграмма мартенситной неупругости $F_2(\sigma)$, описывающая процесс структурного превращения, изменяется в зависимости от температуры деформирования. Будем полагать, что вид диаграммы от температуры не зависит, а зависит только начальный предел структурного превращения σ_{s0}^{st}, то есть

$$F_2\left(\sigma - \sigma_{s0}^{st}(T)\right) = const(T).$$

Отсюда следует, что ширина интервала структурного деформирования по напряжениям также не зависит от температуры (см. рис. 2.1):

$$\sigma_f^{st}(T) - \sigma_{s0}^{st}(T) = const. \qquad (5.1)$$

В настоящей главе будем использовать функциональную зависимость (2.4), соответствующую эквидистантному расположению диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости. Тогда при $\sigma_{s0}^{st} = 0$ в случае совпадения

двух диаграмм напряжение окончания структурного перехода σ_f^{st} окажется равным предельному напряжению фазового превращения σ_m. Отсюда, с учетом (5.1), для любой температуры структурного деформирования ширина интервала составит

$$\sigma_f^{st}(T) - \sigma_{s0}^{st}(T) = \sigma_m. \qquad (5.2)$$

По свидетельству экспериментальных данных [124], напряжение σ_{s0}^{st} для никелида титана при $T = 75$ K составляет 100 МПа и монотонно убывает с повышением температуры. Структурное деформирование может происходить при увеличении внешней нагрузки только в той области фазовой диаграммы, где материал имеет полностью или частично мартенситную структуру со степенью ориентированности меньше максимальной (левее кривой σ_s^M). При изотермическом деформировании в интервале температур $M_f < T < M_s$ в материале одновременно происходят сразу два процесса, результатом которых является создание ориентированной мартенситной структуры: образование новых ячеек мартенсита в результате фазового перехода и переориентация уже имеющихся при структурном превращении. Чем ближе температура деформирования к M_s, тем меньше начальная доля мартенситной фазы, подвергающаяся переориентации, а при $T = M_s$ она отсутствует полностью, и процесс структурного деформирования сходит на нет. Поэтому будем считать, что при $T = M_s$ напряжение σ_{s0}^{st} минимально и равно нулю. Для последующих расчетов в данной главе используется линейная интерполяция напряжения σ_{s0}^{st} между значениями $\sigma_{s0}^{st}\big|_{T=75\text{K}} = 100$ МПа и $\sigma_{s0}^{st}\big|_{T=M_s} = 0$. Зависимость $\sigma_f^{st}(T)$ также линейная и располагается на диаграмме параллельно линии $\sigma_{s0}^{st}(T)$ на σ_m выше нее, что согласуется с (5.2) (см. рис. 5.1).

Предел текучести, соответствующий началу необратимого пластического деформирования, зависит от фазового состояния материала. Будем полагать, что его значения для мартенситной σ_T^M и аустенитной σ_T^A фаз не зависят от

температуры. В никелиде титана предел текучести приблизительно на 40% ниже для аустенитного состояния, чем для мартенситного [40], и составляет $\sigma_T^M = 1200$ МПа в мартенсите [44] и $\sigma_T^A = 720$ МПа в аустените. Если к моменту начала пластического деформирования прямой фазовый переход успевает полностью завершиться, то реализуется предел текучести σ_T^M. Если же при достижении напряжения σ_T^A в материале еще сохраняется доля аустенитной фазы (область диаграммы рис. 5.1 правее температуры M_d'), то начинается пластическая деформация аустенита и блокируется дальнейшее образование мартенсита напряжения.

За M_d обозначена температура, выше которой невозможно образование мартенсита напряжения и при которой напряжение начала прямого фазового перехода σ_s^M равняется пределу текучести аустенитной фазы. При используемых в настоящей главе значениях материальных параметров температура M_d составляет ~430 К (рис. 5.1). Температура равенства напряжения окончания образования мартенситной фазы σ_f^M аустенитному пределу текучести σ_T^A обозначается M_d' и составляет ~390 К. При изотермическом деформировании выше температуры M_d' фазовый переход в материале не успевает полностью завершиться до начала пластического течения.

5.3. Случаи изотермического деформирования

При изотермическом нагружении СПФ наличие и последовательность различных стадий деформирования определяются тем, какие линии фазовой диаграммы и в какой очередности пересекаются вертикальной изотермой нагружения (рис. 5.1). По этим признакам на температурной оси фазовой диаграммы можно выделить семь интервалов, диаграммы изотермического деформирования для которых имеют качественно различный вид. Ниже приводится их краткая характеристика для случая нагружения до напряжения

σ_{end}=750 МПа $\left(\sigma_T^A < \sigma_{end} < \sigma_T^M\right)$ и последующей разгрузки. На графиках рис. 5.2 в осях «Температура – Деформация – Напряжение» представлены рассчитанные в рамках изложенной в главе 3 модели деформационные кривые для каждого температурного интервала фазовой диаграммы (рис. 5.1), иллюстрирующие процессы изотермического нагружения, разгрузки и последующего нагрева без нагрузки до температур аустенитного состояния. Точками на диаграммах обозначены границы фазовых и структурных переходов.

I. $T \le M_f$ (рис. 5.2*а*). *Мартенситная неупругость*. Фазовый переход при этих температурах полностью завершен, поэтому исходной фазой является хаотический мартенсит, начальная деформация которого равна ε_V (начальная точка диаграммы рис. 5.2*а*). При приложении нагрузки сначала происходит упругое деформирование неориентированного мартенсита, затем в интервале напряжений $\sigma_{s0}^{st} < \sigma < \sigma_f^{st}$ имеет место структурное превращение, связанное с переориентацией ячеек мартенсита исходной степени ориентированности. По завершении структурного перехода материал приобретает максимально ориентированную мартенситную структуру. Далее происходит упругое деформирование ориентированного мартенсита. Поскольку модуль упругости мартенситной фазы не зависит от степени ориентированности мартенсита, что, в частности, было показано экспериментально в разделе 2.3.3, то угол наклона линейных участков до и после структурного перехода одинаков. Так как рассматриваемый температурный интервал не включает зону обратного фазового перехода (между напряжениями σ_s^A и σ_f^A), то при разгрузке снимается только упругая составляющая деформации, а фазово-структурная составляющая исчезает в процессе последующего нагрева.

На рис. 5.2*а*, кроме теоретической кривой, приведены также обозначенные треугольниками экспериментальные данные работы [152] для изотермического нагружения никелида титана в мартенситном состоянии. Можно отметить качественное согласование данных эксперимента с теоретическими результатами.

II. $M_f < T < M_s$ (рис. 5.2*б*). Поскольку данные температуры соответствуют интервалу прямого фазового перехода, то материал в исходном состоянии содержит как аустенитную, так и мартенситную фазы; массовая доля последней в момент начала деформирования составляет q_0 и определяется соотношением (3.10). Приложение нагрузки приводит к активации сразу двух механизмов деформирования: продолжению прямого фазового перехода за счет образования мартенсита напряжения и структурному превращению за счет переориентации ранее образовавшегося мартенсита. После завершения фазового и структурного переходов ориентированный мартенсит деформируется упругим образом. Последующая разгрузка, как и в предыдущем случае, приводит к снятию только упругой части деформации.

Так как в рассматриваемом температурном интервале в момент начала нагружения материал содержит мартенситную фазу, то в нем имеется начальная фазовая деформация, соответствующая объемному эффекту прямого превращения и равная $q_0\varepsilon_V$. Поэтому начальная точка деформационной кривой на рис. 5.2*б*, так же как и в случае I, расположена правее нуля по оси деформации.

III. $M_s \le T \le A_s$ (рис. 5.2*в*). Исходной фазой в этом случае является аустенит. Сначала происходит упругое деформирование аустенита до тех пор, пока напряжение не достигнет напряжения начала мартенситного перехода σ_s^M. Затем начинается прямой фазовый переход с образованием ориентированного мартенсита напряжения. После завершения фазового перехода при σ_f^M происходит упругое деформирование мартенсита. Как отмечается в [25], мартенсит при рассматриваемых температурах является термически устойчивым. Действительно, изотерма нагружения в данном интервале температур не пересекает линию начала обратного фазового перехода σ_s^A, поэтому после разгрузки, происходящей линейно-упругим образом, фазовая деформация полностью сохраняется.

IV. $A_s < T < A_f$ (рис. 5.2*г*). Диаграмма деформирования при этих температурах на этапе нагружения включает те же стадии, что и в предыдущем случае, однако этап разгрузки существенно отличается. Поскольку изотерма нагружения в рассматриваемом интервале пересекает линию σ_s^A, то при разгрузке происходит неполный обратный фазовый переход, и часть накопленной фазовой деформации снимается. Фазовая деформация, оставшаяся после разгрузки, восстанавливается в процессе нагрева.

V. $A_f \le T \le M_d'$ (рис. 5.2*д*). *Сверхупругость*. Отличие от предыдущего случая состоит в том, что в данном температурном интервале изотерма нагружения пересекает линию σ_f^A, поэтому при разгрузке обратный переход успевает завершиться и фазовая деформация восстанавливается полностью при данной фиксированной температуре.

VI. $M_d' < T < M_d$ (рис. 5.2*е*). Случай аналогичен предыдущему, но так как в этом интервале температур напряжение завершения фазового перехода выше, чем предел текучести аустенита $\left(\sigma_f^M > \sigma_T^A\right)$, то пластическое деформирование аустенитной фазы на этапе нагружения начинается раньше, чем успевает завершиться прямой фазовый переход. При данных температурах площадка пластического деформирования является продолжением площадки незавершившегося прямого фазового перехода. В процессе разгрузки снимаются фазовая и упругая составляющие деформации и сохраняется пластическая составляющая ε_{pl}^A.

VII. $T \ge M_d$ (рис. 5.2*ж*). При данных температурах невозможно образование мартенсита напряжения, поскольку предел текучести аустенитной фазы достигается раньше, чем напряжение начала прямого мартенситного превращения $\left(\sigma_T^A < \sigma_s^M\right)$. Поэтому материал, находящийся в полностью аустенитном состоянии, ведет себя как упругопластический, и после разгрузки в нем сохраняется остаточная деформация ε_{pl}^A.

Во всех рассмотренных случаях последующий нагрев приводит к полному снятию обратимой фазово-структурной составляющей деформации, что также проиллюстрировано на графиках рис. 5.2 в осях «Температура – Деформация».

Представленная здесь классификация деформационных кривых, построенная для случая никелида титана, может быть применена и для описания поведения других сплавов, проявляющих аналогичные свойства. Однако существует ряд материалов, изотермическое поведение которых отличается от описанного. Во-первых, это сплавы с широким гистерезисом превращения. Для них температура M_d может оказаться ниже A_s, что обусловливает стабильность мартенсита напряжения и невозможность полного или частичного снятия деформации при разгрузке (исключаются разновидности деформационных кривых IV–VI). Кроме того, некоторые сплавы, например композиция «Золото – Кадмий», демонстрируют так называемую низкотемпературную сверхупругость – полный или частичный возврат деформации при разгрузке после нагружения в мартенситном состоянии [153]. При этом исключается возможность проявления мартенситной неупругости.

а) $T \le M_f$, $T = 250\,\mathrm{K}$ *б)* $M_f < T < M_s$, $T = 305\,\mathrm{K}$, $q_0 = 0{,}69$

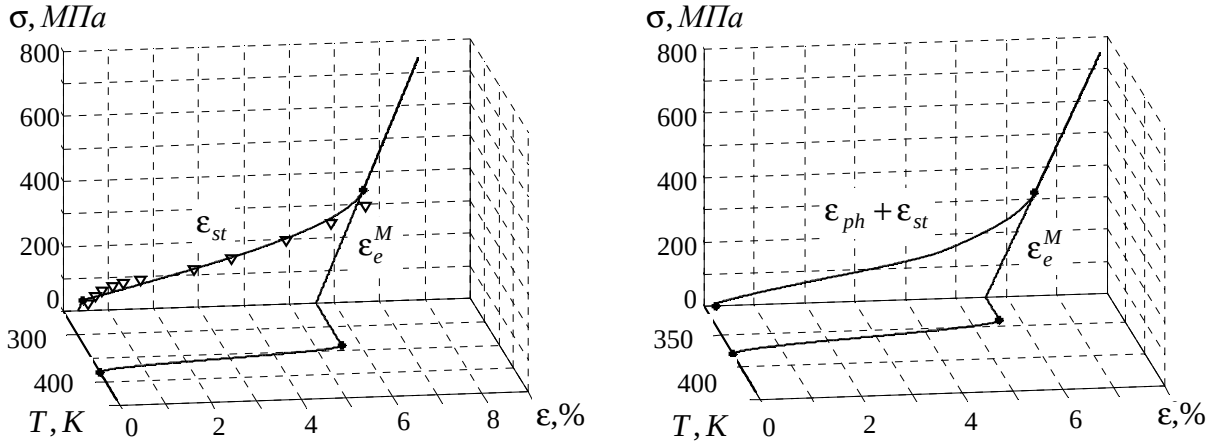
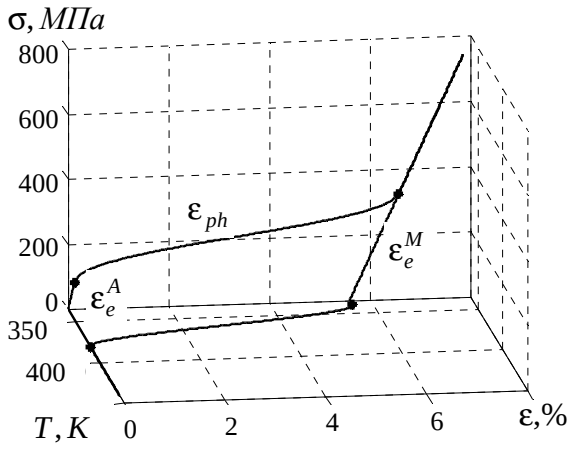
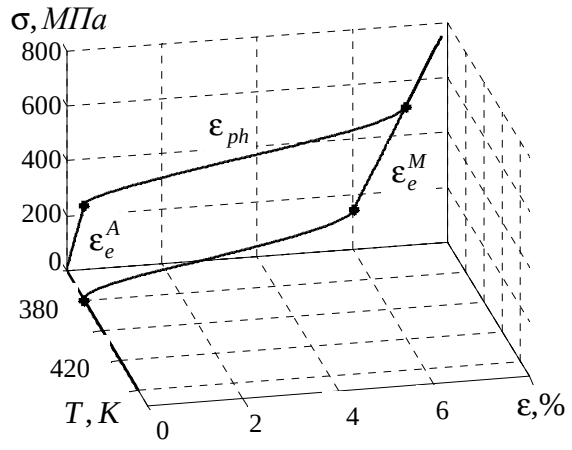


Рис. 5.2 (начало). Диаграммы одноосного изотермического деформирования СПФ в различных температурных интервалах с последующим нагревом до аустенитного состояния

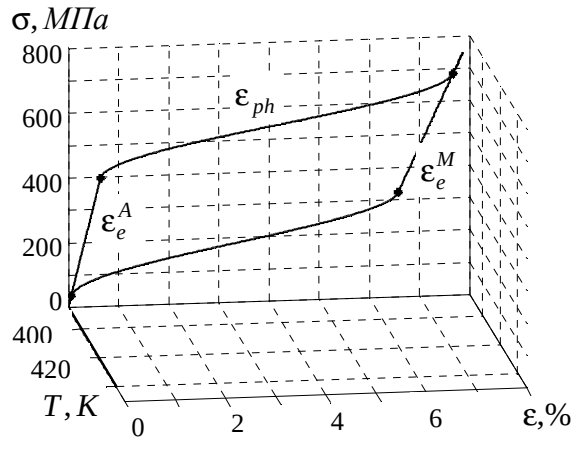
в) $M_s \le T \le A_s$, $T = 335\,\text{K}$



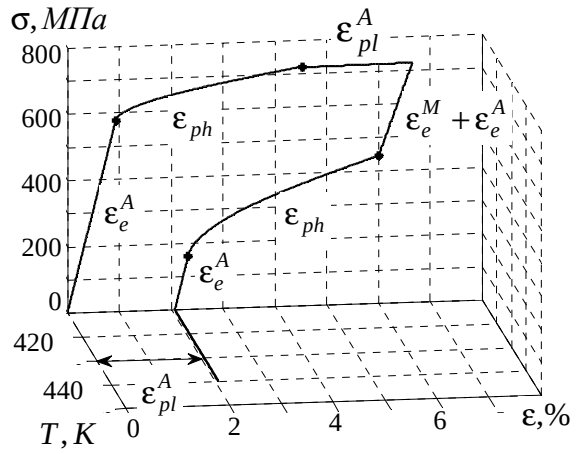
г) $A_s < T < A_f$, $T = 360\,\text{K}$



д) $A_f \le T \le M_d'$, $T = 385\,\text{K}$



е) $M_d' < T < M_d$, $T = 410\,\text{K}$, $q_{end} = 0{,}52$



ж) $T \ge M_d$, $T = 440\,\text{K}$

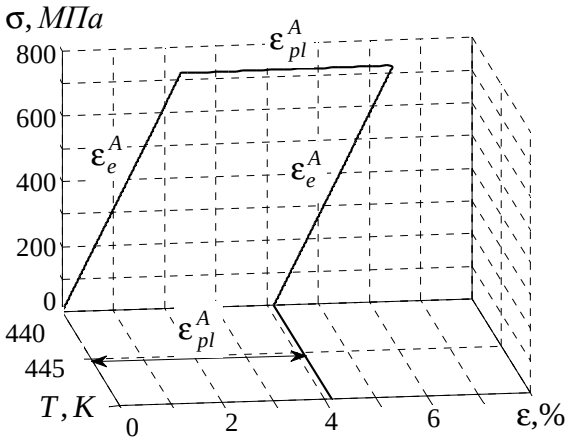


Рис. 5.2 (окончание). Диаграммы одноосного изотермического деформирования СПФ в различных температурных интервалах с последующим нагревом до аустенитного состояния

5.4. Вычислительные особенности моделирования диаграмм изотермического деформирования сплава с памятью формы в разных температурных интервалах

Численное построение диаграмм деформирования, представленных на рис. 5.2, выполнялось с шагом 0,1 МПа по напряжениям и 0,01 К по температуре. Как и в главе 4, используется суммирование упругой, фазово-структурной и пластической (при наличии) составляющих деформации (4.1). Упругая деформация определяется по правилу смеси (4.2); для вычисления фазово-структурной деформации используется геометрическая интерпретация модели, описанной в главе 3 (соотношения (3.18)–(3.25)). Пластическая деформация вычисляется для упрочняющегося тела согласно ассоциированному закону пластичности, который в случае одноосного напряженного состояния имеет вид:

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \frac{1}{H}\dot{\sigma}.$$

Здесь H – модуль пластического упрочнения, который, по данным [83], составляет для никелида титана 153 МПа; точкой обозначено дифференцирование по времени.

При деформировании в температурных интервалах I и II (рис. 5.1) к моменту начала нагружения в материале содержится начальная доля мартенситной фазы q_0, сформировавшаяся при свободном охлаждении из аустенитного состояния до температуры деформирования T_0, и соответствующая ей фазовая деформация объемного эффекта превращения, равная $q_0\varepsilon_V$. В случае I величина q_0 равна единице, а в случае II определяется выражением (3.10), которое при этом имеет вид:

$$q_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\pi \cdot \frac{M_s - T_0}{M_s - M_f}\right)\right).$$

Для вычисления структурной составляющей деформации, возникающей на этапе нагружения в этих температурных интервалах, сначала определяются

границы структурного перехода $\sigma_{s0}^{st}(T_0)$ и $\sigma_f^{st}(T_0)=\sigma_{s0}^{st}(T_0)+\sigma_m$, зависимость которых от температуры принята подчиняющейся линейному закону и изображена на фазовой диаграмме рис. 5.1. Затем на каждом шаге по напряжению вычисляется управляющее напряжение σ_1, согласно соотношениям (2.4), (3.3) и с учетом ограничения (3.24):

$$\sigma_1=\begin{cases}\sigma-\sigma_{s0}^{st}, & \sigma_s^{st}<\sigma\le\sigma_f^{st};\\ \sigma_m, & \sigma>\sigma_f^{st}.\end{cases},$$

Поскольку, как было оговорено выше, температура изотермического деформирования T_0 устанавливается охлаждением материала в отсутствие нагрузки из полностью аустенитного состояния ($\sigma_1=0$), то мартенситная фаза, сформировавшаяся к моменту начала деформирования, имеет хаотическую структуру, а пороговое напряжение структурного перехода $\sigma_s^{st}=\sigma_{s0}^{st}$. С учетом найденного значения σ_1 на каждом шаге по напряжению по соотношениям (3.25) определяется новый угол наклона структурных элементов α и пересчитывается интеграл фазово-структурной деформации (3.18) по доле мартенситной фазы от нуля до текущего значения q. По мере роста управляющего напряжения увеличивается степень ориентированности мартенситной структуры и возрастает накопленная фазово-структурная деформация.

В температурных интервалах II–VI при нагружении происходит фазовый переход, сопровождающийся образованием ориентированного мартенсита напряжения. Доля мартенситной фазы на каждом шаге по напряжению при нагрузке и разгрузке вычисляется согласно соотношениям (3.10) с учетом зависимости характерных температур превращения от текущего напряжения (3.11).

При одновременном протекании процессы фазового и структурного переходов на графике деформирования неразличимы (см. рис. 5.2*б*). Однако в случае реализации каждого из них в отдельности деформационные кривые имеют качественно различный вид, что хорошо прослеживается при сравнении

начальных участков графиков *а* (структурный переход) и *в* (фазовый переход) на рис. 5.2.

Моделирование процесса деформирования в интервале температур VI ($M_d' \le T < M_d$) имеет следующую вычислительную особенность. Поскольку прямой фазовый переход при этих температурах не завершается и достигнутая доля мартенситной фазы q_{end} меньше единицы, то, как и в случае описания неполных термоциклов (см., например, [17] и вычислительную особенность IV, описанную в разделе 3.1.3), обратное превращение при разгрузке начинается только при достижении напряжением величины, соответствующей конечной доле мартенситной фазы q_{end}. Это вызывает излом на графике на этапе разгрузки (рис. 5.2е).

Снятие нагрузки и последующий нагрев во всех случаях приводят к полному восстановлению фазовой деформации, а также структурной ее составляющей, которая при вычислении не отделяется от фазовой. Поскольку к моменту достижения конечного напряжения σ_{end} во всех температурных интервалах мартенсит является полностью ориентированным, то при вычислении фазовой деформации обратного перехода угол α во всех случаях равен нулю. Пластическая составляющая деформации, возникающая при нагружении в интервалах VI и VII, при разгрузке и нагреве остается постоянной.

5.5. Заключение по главе

В главе предложена теоретическая классификация возможных видов диаграмм изотермического деформирования в полном диапазоне экспериментально реализуемых температур, полученная в результате анализа фазовой диаграммы для никелида титана. Данная классификация может быть применена и к другим сплавам, обладающим аналогичными свойствами. Выделено семь температурных интервалов, в каждом из которых диаграммы изотермического деформирования имеют качественно различный вид. Для

каждого случая, включая явления мартенситной неупругости и сверхупругости, смоделированы деформационные кривые с использованием подхода, представленного в главе 3. При этом, в отличие от задач главы 4, применялась геометрическая интерпретация модели (раздел 3.2).

Результаты, полученные в главе, опубликованы в [3, 8–10].

Заключение

Итоги выполненного исследования

В диссертационном исследовании разработана одномерная феноменологическая модель для описания процессов фазового и структурного деформирования сплавов с памятью формы. Основные результаты заключаются в следующем:

1. Сформулировано теоретическое представление о взаимосвязи процессов фазового и структурного деформирования в СПФ на макромеханическом уровне, основанное на работах А.А. Мовчана [13, 14]. В представлении содержится гипотеза о независимости пути дальнейшего деформирования образца из СПФ от типа начальной деформации – фазовой или структурной, и используются три материальные функции: диаграммы прямого превращения F_1, мартенситной неупругости F_2 и функция их взаимосвязи f.
2. Осуществлена экспериментальная верификация данного теоретического представления. Выполнены три серии термомеханических испытаний проволочных образцов из никелида титана, что позволило:
   - выработать методические рекомендации к экспериментальному получению диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости, позволяющие увеличить точность их построения, и предложить метод непосредственного экспериментального определения функции взаимосвязи f этих двух диаграмм;
   - определить три материальные функции F_1, F_2 и f для образцов из никелида титана, осуществить проверку правильности их построения, подтвердить наличие теоретически прогнозируемой взаимосвязи между ними;

- показать совпадение диаграмм доориентации для образцов с начальными фазовой и структурной деформациями с точностью, определяемой шириной доверительных интервалов, что является новым экспериментальным результатом в исследовании эффекта перекрестного упрочнения;
- показать, что введенная гипотеза выполняется с удовлетворительной точностью при последующем структурном деформировании во всем диапазоне экспериментально реализуемых нагрузок (до 500 МПа для фазового превращения и 600 МПа для структурного), а в условиях последующего обратного фазового перехода – только при напряжениях до 250 МПа для фазового превращения и 350 МПа для структурного.

3. Разработана одномерная феноменологическая модель фазовых и структурных деформаций в СПФ, основанная на введенном представлении о взаимосвязи процессов фазового и структурного деформирования. Предложенная модель:
   - способна описывать достаточно широкий круг макромеханических явлений, обусловленных фазовыми и структурными превращениями в СПФ, включая случаи неоднородного фазового деформирования (образования мартенситной фазы при изменяющейся нагрузке): монотонный и реверсивный эффекты памяти формы, эффект перекрестного упрочнения, прямое превращение под действием изменяющейся нагрузки и последующие процессы структурного и обратного фазового превращений, а также явления, возникающие при изотермическом деформировании СПФ в различных температурных интервалах, в том числе мартенситную неупругость и сверхупругость;

- учитывает влияние истории деформирования на последующие фазовые и структурные превращения, что делает возможным описание случаев неоднородного фазового деформирования;
- осуществляет единообразный учет деформации фазовых и структурных превращений без разделения ее на две составляющие;
- обладает алгоритмической простотой численной реализации;
- требует задания небольшого числа материальных функций, определяемых из макромеханических испытаний на стандартном оборудовании.

4. Предложен способ описания моделью фазового и структурного деформирования при знакопеременном нагружении с учетом асимметрии этих процессов при растяжении и сжатии. Разработана геометрическая интерпретация модели, в которой фазово-структурная деформация представляется как относительное изменение длины цепочки из последовательно соединенных мартенситных структурных элементов, каждый из которых обладает собственной ориентацией, определяемой управляющим напряжением. Проведено сопоставление модели с двумя известными феноменологическими моделями для сплавов и полимеров с памятью формы, сходство с которыми позволяет считать разработанную модель их обобщением.
5. Выполнена апробация модели на решении ряда простых задач, в которых реализуются различные макромеханические эффекты в СПФ в условиях однородного одноосного напряженного состояния: монотонный и реверсивный эффекты памяти формы, прямое превращение под действием изменяющейся нагрузки и последующие процессы структурного и обратного фазового превращений. Вычислительные возможности модели продемонстрированы на решении связанной термомеханической задачи о совместном деформировании пакета стержней из СПФ: описана эволюция

напряженно-деформированного состояния конструкции в процессе охлаждения и последующего нагрева, сделан вывод о необходимости учета структурного деформирования при расчете.

6. Предложена классификация типов диаграмм изотермического деформирования СПФ в зависимости от температуры деформирования, основанная на анализе фазовой диаграммы никелида титана. Выделено семь температурных интервалов, в каждом из которых диаграммы изотермического деформирования имеют качественно различный вид, в частности, в двух из них наблюдаются явления мартенситной неупругости и сверхупругости. Для каждого случая с использованием разработанной модели получено теоретическое описание деформационных кривых.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Следующим шагом в продолжение настоящего исследования должно стать обобщение одномерной феноменологической модели на трехмерный случай и построение ее дискретного аналога для решения краевых задач. При этом возникает ряд вопросов, решение которых требует дополнительного экспериментального исследования в условиях сложного напряженного состояния: установление взаимосвязи между компонентами тензора фазово-структурной деформации, определение пределов структурного превращения при смене направления нагрузки и др. Внедрение модели в конечноэлементные программные пакеты позволит производить расчет пространственных элементов конструкций из сплавов с памятью формы.

Список литературы

1. Тихомирова К.А. Разработка и численная реализация одномерной феноменологической модели фазовой деформации в сплавах с памятью формы // Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т. 9, №2. – С. 192-206.
2. Tikhomirova K. Computation of phase and structural deformations in shape memory alloys. One-dimensional model // Materials Today: Proceedings. – 2017. – No. 4. – P. 4626-4630.
3. Тихомирова К.А. Изотермическое деформирование сплава с памятью формы в разных температурных интервалах. Случай одноосного растяжения // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2017. – Т. 23, №2. – С. 263-282.
4. Тихомирова К.А. Феноменологическое моделирование фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы. Одномерный случай // Вычислительная механика сплошных сред. – 2018. – Т. 11, №1. – С. 36-50.
5. Тихомирова К.А. Экспериментальное и теоретическое исследование взаимосвязи фазовой и структурной деформаций в сплавах с памятью формы // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – №1. – С. 40-57.
6. Тихомирова К.А. Одномерная феноменологическая модель фазовой деформации сплава с памятью формы // Материалы пятой конференции «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», Москва, ИПРИМ РАН, 15-17 декабря 2015. – М.: ИПРИМ РАН, 2015. – С. 293-295.
7. Тихомирова К.А. Вычисление фазово-структурной деформации в сплавах с памятью формы. Одномерный случай // Тезисы второй международной конференции «Сплавы с эффектом памяти формы», СПб., СПбГУ, 20-23 сентября 2016. – СПб.: СПбГУ, 2016. – С. 19.

8. Тихомирова К.А. Моделирование изотермического деформирования сплава с памятью формы при различных температурах с учетом пластической деформации // Тезисы докладов шестой конференции «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», Москва, ИПРИМ РАН, 16-18 ноября 2016. – М.: ИПРИМ РАН, 2016. – С. 84-85.
9. Тихомирова К.А. Моделирование макромеханических явлений, вызванных фазово-структурными превращениями в сплавах с памятью формы. Случай одноосного напряженного состояния // Материалы XX Зимней школы по механике сплошных сред, Пермь, ИМСС УрО РАН, 13-16 февраля 2017. – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2017. – С. 339.
10. Тихомирова К.А. Моделирование макромеханических явлений, обусловленных фазово-структурными превращениями в сплавах с памятью формы: одномерный случай // Материалы XXVI школы-конференции «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь, ПНИПУ, 4-7 октября 2017. – Пермь: ПНИПУ, 2017. – С. 105-109.
11. Тихомирова К.А. Эволюция фазово-структурной деформации в охлаждающемся пакете стержней из сплава с памятью формы // Тезисы докладов международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды», Москва, МИАН, 13–15 ноября 2017. – М.: МИАН, 2017. – С.189-191.
12. Тихомирова К.А. Феноменологическое моделирование процессов фазового и структурного деформирования сплавов с памятью формы. Одномерный случай // Сборник трудов седьмой конференции «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», Москва, ИПРИМ РАН, 21–23 ноября 2017. – М.: ИПРИМ РАН, 2017. – С. 190-192.
13. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений // Известия РАН. МТТ. – 2014. – №1. – С. 37-53.

14. Мовчан А.А., Сильченко А.Л., Казарина С.А. Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование эффекта перекрестного упрочнения сплавов с памятью формы // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – №3. – С. 20-27.
15. Малыгин Г.А. Размытые мартенситные переходы и пластичность кристаллов с эффектом памяти формы // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171, №2. – С. 187-212.
16. Мовчан А.А., Казарина С.А. Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, №1. – С. 105-116.
17. Rogovoy A.A., Stolbova O.S. Modeling the magnetic field control of phase transition in ferromagnetic shape memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2016. – Vol. 85. – P. 130-155.
18. Реснина Н.Н. Влияние напряжения на температурную кинетику мартенситных превращений и изменения деформации в сплавах с памятью формы на основе никелида титана / Дисс. канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. – СПб., 2003. – 100 с.
19. Беляев С.П., Волков А.Е., Ермолаев В.А., Каменцева З.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Мозгунов В.Ф., Разов А.И., Хайров Р.Ю. Материалы с эффектом памяти формы: Справочное издание / Под ред. Лихачева В.А. – Т. 2 – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1998. – 374 с.
20. Беляев С.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А. Обратимый эффект памяти формы как результат термоциклической тренировки под нагрузкой // Проблемы прочности. – 1988. – №7. – С. 50-54.
21. Беляев С.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Щербакова Л.Н. Реактивные напряжения и эффект обратимой памяти формы в никелиде титана // Физика металлов и металловедение. – 1991. – Т. 70, №1-3. – С. 205-207.

22. Вейман С.М. Деформация, механизм явления и другие характеристики сплавов с эффектом запоминания формы // Эффект памяти формы в сплавах / Под ред. В.А. Займовского. – М.: Металлургия, 1979. – С. 9-35.
23. Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Тошпулатов Ч.Х. Эффект реверсивной памяти формы при знакопеременном деформировании // Физика металлов и металловедение. – 1986. – Т. 61, №1-3. – С. 79-85.
24. Беляев С.П., Ермолаев В.А., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Чунарева Е.Н. Эффект реверсивной обратимой памяти формы в сплавах на основе никелида титана // Физика металлов и металловедение. – 1988. – Т. 66, вып. 5. – С. 926-934.
25. Василевский Р.Дж. Эффект запоминания формы в сплаве системы Ti–Ni как один из аспектов вызванного напряжением мартенситного превращения // Эффект памяти формы в сплавах. / Под ред. В.А. Займовского. – М.: Металлургия, 1979. – С. 205-230.
26. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Известия РАН. МТТ. – 2010. – №3. – С. 118-130.
27. Мовчан А.А., Казарина С.А., Тант Зин Аунг. Аналог теории пластичности для описания деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Деформация и разрушение материалов. – 2009. – №9. – С. 2-6.
28. Казарина С.А., Мовчан А.А., Сильченко А.Л. Экспериментальное исследование взаимодействия фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2016. – Т. 22, №1. – С. 85-98.
29. Беляев С.П., Волков А.Е., Ермолаев В.А., Каменцева З.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Мозгунов В.Ф., Разов А.И., Хайров Р.Ю. Материалы с эффектом памяти формы: Справочное издание / Под ред. Лихачева В.А. – Т. 4. – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1998. – 268 с.

30. Lobo P.S., Almeida J., Guerreiro L. Shape memory alloys behaviour: A review // Procedia Engineering. – 2015. – Vol. 114. – P. 776-783.
31. Cisse C., Zaki W., Zineb T.B. A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2016. – Vol. 76. – P. 244-284.
32. Лохов В.А., Няшин Ю.И., Кучумов А.Г. Сплавы с памятью формы: применение в медицине. Обзор моделей, описывающих их поведение // Российский журнал биомеханики. – 2007. – №3. – С. 9-27.
33. Chemisky Y., Duval A., Patoor E., Ben Zineb T. Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation // Mechanics of Materials. – 2011. – Vol. 43, No. 7. – P. 361-376.
34. Бречко Т. Эффект памяти формы и остаточные напряжения // Журнал технической физики. – 1996. – Т. 66, №11. – С. 72-78.
35. Волков А.Е. Микроструктурное моделирование деформации сплавов при повторяющихся мартенситных превращениях // Известия РАН. Серия физическая. – 2002. – Т. 66, №9. – С. 1290-1297.
36. Волков А.Е., Евард М.Е., Курзенева Л.Н., Лихачев В.А., Сахаров В.Ю., Ушаков В.В. Математическое моделирование мартенситной неупругости и эффектов памяти формы // Журнал технической физики. – 1996. – Т. 66, №11. – С. 3-35.
37. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. – СПб.: Наука, 1993. – 470 с.
38. Мовчан А.А., Мовчан И.А. Одномерная микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при прямом и обратном термоупругих превращениях // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2007. – Т. 13, №3. – С. 297-322.
39. Huang M., Gao X., Brinson L.C. A multivariant micromechanical model for SMAs Part 2. Polycrystal model // International Journal of Plasticity. – 2000. – Vol. 16, No. 10. – P. 1371-1390.

40. Manchiraju S., Anderson P. M. Coupling between martensitic phase transformations and plasticity: a microstructure-based finite element model // International Journal of Plasticity. – 2010. – Vol. 26, No. 10. – P. 1508-1526.
41. Patoor E., Lagoudas D.C., Entchev P.B., Brinson L.X., Gao X. Shape memory alloys, Part I: General properties and modeling of single crystals // Mechanics of materials. – 2006. – Vol. 38, No. 5. – P. 391-429.
42. Thamburaja P., Pan H., Chau F.S. The evolution of microstructure during twinning: Constitutive equations, finite-element simulations and experimental verification // International Journal of Plasticity. – 2009. – Vol. 25, No. 11. – P. 2141-2168.
43. Wang X.M., Xu B.X., Yue Z.F. Micromechanical modelling of the effect of plastic deformation on the mechanical behaviour in pseudoelastic shape memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2008. – Vol. 24, No. 8. – P. 1307-1332.
44. Yu C., Kang G., Kan Q. Crystal plasticity based constitutive model of NiTi shape memory alloy considering different mechanisms of inelastic deformation // International Journal of Plasticity. – 2014. – Vol. 54. – P. 132-162.
45. Schoof E., Schneider D., Streichhan N., Mittnacht T., Selzer M., Nestler B. Multiphase-field modeling of martensitic phase transformation in a dual-phase microstructure // International Journal of Solids and Structures. – 2018. – Vol. 134, No. 1. – P. 181-194.
46. Yu C., Kang G., Kan Q., Xu X. Physical mechanism based crystal plasticity model of NiTi shape memory alloys addressing the thermo-mechanical cyclic degeneration of shape memory effect // Mechanics of Materials. – 2017. – Vol. 112. – P. 1-17.
47. Anand L., Gurtin M.E. Thermal effects in the superelasticity of crystalline shape-memory materials // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2003. – Vol. 51, No. 6. – P. 1015-1058.
48. Гуляев А.П. Металловедение. Учебник для втузов. 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Металлургия, 1986. – 544 с.

49. Ватанайон С., Хегеман Р.Ф. Мартенситные превращения в сплавах со структурой b-фазы // Эффект памяти формы в сплавах / Под ред. В.А. Займовского. – М.: Металлургия, 1979. – С. 110-128.
50. Либерман Д.С., Шмерлинг М.А., Карц Р.В. Ферроупругая «память» и механические свойства сплавов системы Au-Cd // Эффект памяти формы в сплавах / Под ред. В.А. Займовского. – М.: Металлургия, 1979. – С. 171-205.
51. Мендельсон С. Механизмы образования мартенсита и эффект запоминания формы // Эффект памяти формы в сплавах / Под ред. В.А. Займовского. – М.: Металлургия, 1979. – С. 397-415.
52. Hane K.F., Shield T. W. Microstructure in the cubic to monoclinic transition in titanium–nickel shape memory alloys // Acta materialia. – 1999. – Vol. 47, No. 9. – P. 2603-2617.
53. Беляев С.П., Кузьмин С.Л.,Лихачев В.А., Рогачевская М.Ю. Моделирование процессов реверсивного формоизменения в TiNiFe // Физика металлов и металловедение. – 1989. – Т. 68, №3. – С. 617-618.
54. Беляков В.Н., Лихачев В.А., Эрглис И.В., Хусаинов М.А. Эффект генерации и релаксации реактивных напряжений в неполном интервале мартенситных превращений // Актуальные проблемы прочности. Ч. 1. – Новгород, 1994. – С. 131-132.
55. Волков А.Е., Эрглис И.В. Расчет реактивного напряжения в сплаве TiNiFe при проявлении эффекта памяти формы в стесненных условиях // Актуальные проблемы прочности. Ч. 1. – Новгород, 1994. – С. 105.
56. Валицкий В.В., Лихачев В.А., Муртазин И.А., Паршуков Л.И. Расчет термонапряженного состояния и долговечности пластины, испытывающей циклический поверхностный нагрев // Проблемы прочности. – 1990. – №9. – С. 119-124.
57. Волков А.Е., Лихачев В.А., Пущаенко О.В. Расчет термомеханических характеристик рабочих тел мартенситных двигателей // Материалы с эффектом памяти формы и их применение. – Новгород, 1992. – С. 82-86.

58. Волков А.Е., Лихачев В.А., Слуцкер Ю.Ф. Расчет термомеханического соединения методами структурно-аналитической теории // Функционально-механические свойства сплавов с мартенситным механизмом неупругости. – Ухта, 1992. – С. 31-36.
59. Трусов П.В., Волегов П.С., Исупова И.Л., Кондратьев Н.С., Макаревич Е.С., Няшина Н.Д., Останина Т.В., Шарифуллина Э.Р., Швейкин А.И., Янц А.Ю. Многоуровневая модель для описания твердотельных фазовых превращений в многокомпонентных сплавах // Вестник Пермского научного центра УРО РАН. – 2016. – №4. – С. 83-90.
60. Исупова И.Л., Трусов П.В. Математическое моделирование фазовых превращений в сталях при термомеханической нагрузке // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2013. – №3.– С. 126–156.
61. Мовчан А.А. Микромеханические определяющие уравнения для сплавов с памятью формы // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1994. – №6. – С. 47-53.
62. Мовчан А.А. Микромеханический подход к описанию деформации мартенситных превращений в сплавах с памятью формы // Известия РАН. МТТ. – 1995. – №. 1. – С. 197-205.
63. Мовчан А.А. Выбор аппроксимации диаграммы перехода и модели исчезновения кристаллов мартенсита для сплавов с памятью формы // Прикладная механика и техническая физика. – 1995. – Т. 36. – №2. – С. 173-181.
64. Мовчан А.А. Микромеханический подход к проблеме описания накопления анизотропных рассеянных повреждений // Известия РАН. МТТ. – 1990. – №1. – С. 115-123.
65. Lai W.S., Liu B.X. Lattice stability of some Ni-Ti alloy phases versus their chemical composition and disordering // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2000. – Vol. 12, No. 5. – P. L53.

66. Mutter D., Nielaba P. Simulation of the shape memory effect in a NiTi nano model system // Journal of Alloys and Compounds. – 2013. – Vol. 577. – P. S83-S87.
67. Yang C.W., Tsou N.T. Microstructural analysis and molecular dynamics modeling of shape memory alloys // Computational Materials Science. – 2017. – Vol. 131. – P. 293-300.
68. Gur S., Manga V.R., Bringuier S., Muralidharan K., Frantziskonis G.N. Evolution of internal strain in austenite phase during thermally induced martensitic phase transformation in NiTi shape memory alloys // Computational Materials Science. – 2017. – Vol. 133. – P. 52-59.
69. Chowdhury P., Sehitoglu H. Deformation physics of shape memory alloys – fundamentals at atomistic frontier // Progress in Materials Science. – 2017. – Vol. 88. – P. 49-88.
70. Brocca M., Brinson L.C., Bažant Z.P. Three-dimensional constitutive model for shape memory alloys based on microplane model // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2002. – Vol. 50, No. 5. – P. 1051-1077.
71. Mehrabi R., Kadkhodaei M. 3D phenomenological constitutive modeling of shape memory alloys based on microplane theory // Smart Materials and Structures. – 2013. – Vol. 22, No. 2. – P. 025017.
72. Ostwald R., Bartel T., Menzel A. A micro-sphere approach applied to the modelling of phase-transformations // PAMM. – 2010a. – Vol. 10, No. 1. – P. 315-316.
73. Ostwald R., Bartel T., Menzel A. A computational micro-sphere model applied to the simulation of phase-transformations // ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 2010b. – Vol. 90, No. 7-8. – P. 605-622.
74. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Reali A. An improved, fully symmetric, finite-strain phenomenological constitutive model for shape memory alloys // Finite Elements in Analysis and Design. – 2011. – Vol. 47. – P. 166-174.
75. Lagoudas D., Hartl D., Chemisky Y., Machado L., Popov P. Constitutive model for the numerical analysis of phase transformation in polycrystalline shape

memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2012. – Vol. 32-33. – P. 155-183.

76. Mehrabi R., Andani M.T., Elahinia M., Kadkhodaei M. Anisotropic behavior of superelastic NiTi shape memory alloys; an experimental investigation and constitutive modeling // Mechanics of Materials. – 2014. – Vol. 77. – P. 110-124.
77. Müller C., Bruhns O.T. A thermodynamic finite-strain model for pseudoelastic shape memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2006. – Vol. 22, No. 9. – P. 1658-1682.
78. Zaki W. An efficient implementation for a model of martensite reorientation in martensitic shape memory alloys under multiaxial nonproportional loading // International Journal of Plasticity. – 2012. – Vol. 37. – P. 72-94.
79. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы // Известия РАН. МТТ. – 2015. – №2. – С. 78-95.
80. Fabrizio M., Pecoraro M., Tibullo V. A shape memory alloy model by a second order phase transition // Mechanics Research Communications. – 2016. – Vol. 74. – P. 20-26.
81. Yu C., Kang G., Kan Q. An equivalent local constitutive model for grain size dependent deformation of NiTi polycrystalline shape memory alloys // International Journal of Mechanical Sciences. – 2018. – Vol. 138-139. – P. 34-41.
82. Peng X., Chen B., Chen X., Wang J., Wang H. A constitutive model for transformation, reorientation and plastic deformation of shape memory alloys // Acta Mechanica Solida Sinica. – 2012. – Vol. 25, No. 3. – P. 285-298.
83. Zaki W., Zamfir S., Moumni Z. An extension of the ZM model for shape memory alloys accounting for plastic deformation // Mechanics of Materials. – 2010. – Vol. 42, No. 3. – P. 266-274.
84. Zhou B. A macroscopic constitutive model of shape memory alloy considering plasticity // Mechanics of Materials. – 2012. – Vol. 48. – P. 71-81.

85. Panico M., Brinson L.C. A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2007. – Vol. 55, No. 11. – P. 2491-2511.
86. Мовчан А.А., Мовчан И.А. Модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы в активных процессах прямого превращения и структурного перехода // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т. 14, №1. – С. 75-87.
87. Auricchio F., Bonetti E., Scalet G., Ubertini F. Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation // International Journal of Plasticity. – 2014. – Vol. 59. – P. 30-54.
88. Thiebaud F., Lexcellent C., Collet M., Foltete E. Implementation of a model taking into account the asymmetry between tension and compression, the temperature effects in a finite element code for shape memory alloys structures calculations // Computational Materials Science. – 2007. – Vol. 41, №2. – P. 208-221.
89. Brinson L.C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable // Journal of intelligent material systems and structures. – 1993. – Vol. 4, No. 2. – P. 229-242.
90. Tanaka K. A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior // Research Mechanica. – 1986. – Vol. 18. – P. 251-263.
91. Liang C., Rogers C.A. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials //Journal of intelligent material systems and structures. – 1997. – Vol. 8, No. 4. – P. 285-302.
92. Lagoudas D.C. (ed.) Shape memory alloys: modeling and engineering applications. – New York: Springer Science & Business Media, 2008. – 429 p.
93. Мовчан А.А., Шелымагин П.В., Казарина С.А. Определяющие уравнения для двухэтапных термоупругих фазовых превращений // ПМТФ. – 2001. – Т. 42, №5. – С. 152-160.

94. Bertram A. Thermo-mechanical constitutive equations for the description of shape memory effects in alloys // Nuclear engineering and design. – 1983. – Vol. 74, No. 2. – P. 173-182.
95. Saleeb A.F., Padula S.A., Kumar A. A multi-axial, multimechanism based constitutive model for the comprehensive representation of the evolutionary response of SMAs under general thermomechanical loading conditions // International Journal of Plasticity. – 2011. – Vol. 27, No. 5. – P. 655-687.
96. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R. A finite strain kinematic hardening constitutive model based on Hencky strain: general framework, solution algorithm and application to shape memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2011. – Vol. 27, No. 6. – P. 940-961.
97. Damanpack A.R., Bodaghi M., Liao W.H. A finite-strain constitutive model for anisotropic shape memory alloys // Mechanics of Materials. – 2017. – Vol. 112. – P. 129-142.
98. Sakhaei A.H., Thamburaja P. A finite-deformation-based constitutive model for high-temperature shape-memory alloys // Mechanics of Materials. – 2017. – Vol. 109. – P. 114-134.
99. Thamburaja P. A finite-deformation-based phenomenological theory for shape-memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2010. – Vol. 26, No. 8. – P. 1195-1219.
100. Wang J., Moumni Z., Zhang W. A thermomechanically coupled finite-strain constitutive model for cyclic pseudoelasticity of polycrystalline shape memory alloys // International Journal of Plasticity. – 2017. – Vol. 97. – P. 194-221.
101. Wang J., Moumni Z., Zhang W., Zaki W. A thermomechanically coupled finite deformation constitutive model for shape memory alloys based on Hencky strain // International Journal of Engineering Science. – 2017. – Vol. 117. – P. 51-77.
102. Zaki W., Moumni Z. A three-dimensional model of the thermomechanical behavior of shape memory alloys // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2007. – Vol. 55, No. 11. – P. 2455-2490.

103. Cui S. Wan J., Rong Y., Zhang J. Phase-field simulations of thermomechanical behavior of MnNi shape memory alloys using finite element method // Computational Materials Science. – 2017. – Vol. 139. – P. 285-294.
104. Peultier B., Zineb T.B., Patoor E. Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM // Mechanics of Materials. – 2006. – Vol. 38, No. 5-6. – P. 510-524.
105. Yu H., Young M.L. One-dimensional thermomechanical model for high strain rate deformation of austenitic shape memory alloys // Journal of Alloys and Compounds. – 2017. – Vol. 710. – P. 858-868.
106. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика в 10 томах. Том 5. Статистическая физика. Часть 1. – М.: Физматлит, 2002. – 616 с.
107. Barsch G.R., Krumhansl J.A. Nonlinear and nonlocal continuum model of transformation precursors in martensites // Metallurgical Transactions A. – 1988. – Vol. 19, No. 4. – P. 761-775.
108. Falk F. Ginzburg-Landau theory of static domain walls in shape-memory alloys // Zeitschrift für Physik B Condensed Matter. – 1983. – Vol. 51, No. 2. – P. 177-185.
109. Falk F. Landau theory and martensitic phase transitions // Le Journal de Physique Colloques. – 1982. – Vol. 43, No. C4. – P. C4-3-C4-15.
110. Levitas V.I., Preston D.L. Three-dimensional Landau theory for multivariant stress-induced martensitic phase transformations. I. Austenite↔ martensite // Physical review B. – 2002. – Vol. 66, No. 13. – P. 134206.
111. Naimark O.B., Filimonova L.V., Barannikov V.A., Leont'ev V.A., Uvarov S.V. Nonlinear dynamics of reversible plasticity of shape memory alloys // Phesical Mesomechanics. – 2001. – Vol. 4, No. 5. – P. 13-28.
112. Бучельников В.Д., Васильев А.Н., Коледов В.В., Таскаев С.В., Ховайло В.В., Шавров В.Г. Магнитные сплавы с памятью формы: фазовые переходы и функциональные свойства // Успехи физических наук. – 2006. – Т. 176, №8. – С. 900-906.
113. Абдрахманов С.А. Деформация материалов с памятью формы при термосиловом воздействии. – Бишкек: ИЛИМ, 1991. – 117 с.

114. Абдрахманов С.А., Кожошов Т.Т., Джаналиев Н.Р., Доталиева Ж.Ж. Аналитическое исследование характеристик цилиндрических пружин с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т. 16, №1. – С. 64-72.
115. Абдрахманов С.А. Деформационно-силовое поведение составных пружин, одна из которых выполнена из сплава с эффектом памяти формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т. 20, №2. – С. 193-206.
116. Кожошов Т.Т., Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Осмонканов А.М. О предельной нагрузке для цилиндрической пружины растяжения, обладающей эффектом памяти формы // Наука, новые технологии и инновации. – 2010. – №1. – С. 13-16.
117. Шишкин С.В., Махутов Н.А. Расчет и проектирование силовых конструкций на сплавах с эффектом памяти формы. – М.-Ижевск: НИЦ «регулярная и хаотическая динамика», 2007. – 412 с.
118. Basinski Z.S., Christian J.W. Experiments on the martensitic transformation in single crystals of indium-thallium alloys // Acta metallurgica. – 1954. – Vol. 2, No. 1. – P. 148-166.
119. Билби Б.А., Христиан И.В. Мартенситные превращения // Успехи физических наук. – 1960. – Т. 70, №3. – С. 515-564.
120. Варлимонт Х., Дилей Л. Мартенситные превращения в сплавах на основе меди, серебра и золота. – М.: Наука, 1980. – 208 с.
121. Корнилов И.И., Белоусов О.К., Качур Е.В. Никелид титана и другие сплавы с эффектом «памяти». – М.: Наука, 1977. – 180 с.
122. Курдюмов Г.В. Бездиффузионные (мартенситные) превращения в сплавах // Журнал технической физики. – 1948. – Т. 18, №8. – С. 999.
123. Курдюмов Г.В., Хандрос Л.Г. О термоупругом равновесии при мартенситных превращениях // ДАН СССР. – 1949. – Т. 66, №2. – С. 211-214.

124. Малеткина Т.Ю. Влияние деформации на мартенситные превращения и эффект памяти формы в сплавах на основе никелида титана / Дисс. канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. – Томск, 1999. – 176 с.
125. Wu X.D., Sun G.J., Wu J.S. The nonlinear relationship between transformation strain and applied stress for nitinol // Materials Letters. – 2003. – Vol. 57. – P. 1334-1338.
126. Melton K.N. Ni-Ti based shape memory alloys // Engineering aspects of shape memory alloys / Ed. Duering T.W. – London, UK: Butterworth-Heinemann Ltd, 1990.– pp. 21-25.
127. Liu Y., Van Humbeeck J., Stalmans R., Delaey L. Some aspects of the properties of NiTi shape memory alloy // Journal of Alloys and Compounds. – 1997. – Vol. 247, No. 1-2. – P. 115-121.
128. Мовчан А.А., Климов К.Ю. Моделирование реономных свойств сплавов с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2011. – Т. 17, №2. – С. 255-267.
129. Андронов И.Н., Богданов Н.П., Северова Н.А., Тарсин А.В. Метод количественного описания зависимости модуля Юнга никелида титана от температуры // Известия Коми научного центра УрО РАН. – 2013. – №3. – С. 87-90.
130. Прокошкин С.Д., Капуткина Л.М., Морозова Т.В., Хмелевская И.Ю. Дилатометрические аномалии и эффект памяти формы в сплаве титан–никель, подвергнутом низкотемпературной термомеханической обработке // Физика металлов и металловедение. – 1995. – Т. 80, №3. – С. 70-77.
131. Мовчан А.А., Чжо Т.Я. Решение начально-краевых задач о прямом и обратном превращении в рамках нелинейной теории деформирования сплавов с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2007. – Т. 13, №4. – С. 452-468.
132. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. – Л.: Издательство ЛГУ, 1987. – 216 с.

133. Elibol C., Wagner M.F.-X. Investigation of the stress-induced martensitic transformation in pseudoelastic NiTi under uniaxial tension, compression and compression–shear // Materials Science and Engineering: A. – 2015. – Vol. 621. – P. 76-81.
134. Yoo Y.I., Kim Y.-J., Shin D.-K., Lee J.-J. Development of martensite transformation kinetics of NiTi shape memory alloys under compression // International Journal of Solids and Structures. – 2015. – Vol. 64. – P. 51-61.
135. Мовчан А.А. Аналитическое решение задач о прямом и обратном превращении для сплавов с памятью формы // Известия РАН. МТТ. – 1996. – №4. – С. 136-144.
136. Мовчан А.А., Давыдов В.В. Инкрементальные определяющие соотношения для объемной доли мартенситной фазы в сплавах с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т. 16, №5. – С. 653-661.
137. Шуткин А.С. Модели материалов с памятью формы при конечных деформациях / Дисс. канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. – М., МГУ, 2011. – 92 с.
138. Mishustin I.V., Movchan A.A. The microstructural model of mechanical behavior of a shape-memory alloy // Nanomechanics science and technology. An International Journal. – 2016. – Vol. 7, No. 1. P. 77-91.
139. Мовчан А.А., Чжо Т.Я. Решение связной термоэлектромеханической задачи для стержня из сплава с памятью формы в рамках теории нелинейного деформирования этих материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т. 14, №3. – С. 443-460.
140. Матвеенко В.П., Сметанников О.Ю., Труфанов Н.А., Шардаков И.Н. Термомеханика полимерных материалов в условиях релаксационного перехода – М.: Физматлит, 2009. – 174 с.
141. Турусов Р.А. Механические явления в полимерах и композитах (в процессах формования) / Дисс. докт. физ.-мат. наук. – М., 1983.
142. Auricchio F., Petrini L. A three-dimensional model describing stress-temperature induced solid phase transformations: thermomechanical coupling and hybrid

composite applications // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2004. – Vol. 61, No. 5. – P. 716-737.

143. Miyazaki S., Otsuka K., Suzuki Y. Transformation pseudoelasticity and deformation behavior in a Ti–50.6at.%Ni alloy // Scripta Metallurgica. – 1981. – Vol. 15, No. 3. – P. 287-292.
144. Saburi T., Tatsumi T., Nenno S. Effect of heat treatment on mechanical behavior of TiNi alloys // Journal of Physics (France). – 1982. – Vol. 43, No. 2. – Suppl.: ICOMAT-82. – P. 261-266.
145. Otsuka K., Wayman C.M. (Eds.) Shape memory materials. – Cambridge University Press, 1999. – 284 p.
146. Pops H. Stress-induced pseudoelasticity in ternary Cu–Zn based beta prime phase alloys // Metallurgical and Materials Transactions B. – 1970. – Vol. 1, No. 1. – P. 251-258.
147. Наканиши Н. Смягчение решетки и природа ЭЗФ // Эффект памяти формы в сплавах. / Под ред. Займовского В.А. – М.: Металлургия, 1979. – С. 128-155.
148. Krishnan R.V., Brown L.C. Pseudoelasticity and the strain-memory effect in an Ag-45 at.pct.Cd alloy // Metallurgical and Materials Transactions B. – 1973. – Vol. 4, No. 2. – P. 423-429.
149. Müller I., Xu H. On the pseudoelastic hysteresis // Acta Metallurgica et Materialia. – 1991. – Vol. 39, No. 1. – P. 263-276.
150. Sedlak P., Frost M., Benesova B., Ben Zineb T., Sittner P. Thermomechanical model for NiTi-based shape memory alloys including R-phase and material anisotropy under multi-axial loadings // International Journal of Plasticity. – 2012. – Vol. 39. –P. 132-151.
151. Souza A.C., Mamiya E.N., Zouain N. Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations // European Journal of Mechanics-A/Solids. – 1998. – Vol. 17, No. 5. – P. 789-806.
152. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Казарина С.А., Тант Зин Аунг. Определяющие соотношения для сплавов с памятью формы – микромеханика,

феноменология, термодинамика // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2010. – Т. 152, №4. – С. 180-193.

153. Беляев С.П., Волков А.Е., Ермолаев В.А., Каменцева З.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Мозгунов В.Ф., Разов А.И., Хайров Р.Ю. Материалы с эффектом памяти формы: Справочное издание / Под ред. Лихачева В.А. – Т. 1. – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1998. – 424 с.